附件 2

教学成果应用及效果证明材料

2026 年 7 月 6 日

目录

1. 应用效果证明材料 1
1.1 教材应用证明 1
1.2 教材参考证明 4
1.3 慕课应用证明 5
1.4 慕课西行应用证明 7
2. 教学成果获奖情况 8
2.1 省特等奖获奖情况 8
2.2 省一等奖获奖情况 12
3. 教师团队获奖情况 19
3.1 国家级教学团队获批公示 19
3.2 教学名师获奖证书 20
3.3 教坛新秀获奖证书 27
3.4 安徽省五一劳动奖章 32
3.5 教学竞赛获奖 35
4. 教材、课程获奖证书 50
4.1 教材获奖证书 50
4.2 课程获奖证书 52
4.3 国家级虚拟教研室获批公示 58
5. 学生获奖情况 59
5.1 数学类学科竞赛获奖证书 59
5.2 “三大赛”获奖证书 80
5.3 国家级大学生创新创业项目 88

6. 教研成果 89
6.1 教研项目清单 89
6.2 教学论文清单 94
7. 媒体报道 101
8. 教材出版情况 106
8.1 《高等数学（上、下册)》（第 1 版和第 2 版） 106
8.2 《高等数学》数字教材 114
8.3 《线性代数》 123
8.4 《概率论与数理统计》 126
9. 智慧课程建设情况 129
9.1 高等数学智慧课程 129
9.2 线性代数智慧课程 137
9.3 概率论与数理统计智慧课程 139

1. 应用效果证明材料

1.1 教材应用证明

高等教育出版社

教材使用情况证明

合肥工业大学朱士信、唐烁主编的《高等数学（第 2 版）》（上、下册）分别于 2020 年 6 月、7 月由我社出版，自出版以来累积印数为 171686 册，第 1 版累积印数 139150 册，两版总印数 31 余万册。本书第 2 版获首届全国教材建设奖全国优秀教材二等奖，已入选“十四五”普通高等教育本科国家级规划教材（公示名单）。

本书被哈尔滨工业大学、东南大学、山东大学、合肥工业大学、华南师范大学、杭州电子科技大学、安徽理工大学、青岛理工大学、山东建筑大学、新疆农业大学等 30 余所高校选作课程教材或教学参考书，使用效果良好，影响范围广泛。

合肥工业大学张莉、朱士信主编的《高等数学数字教材》（上、下册）于 2024 年 7 月由高等教育出版社和高等教育电子音像出版社出版，累积点击阅读量约 26 万次，已入选“十四五”普通高等教育本科国家级规划教材（公示名单）。

特此证明。

高等教育出版社有限公司

总编辑办公室

2026 年 7 月 2 日

教材教学应用及效果证明

教材名称	高等数学（上）（下）（第一版）	册次	上下两册
国际标准书号（ISBN)	上册：978-7-04-039681-2 下册：978-7-04-041291-8	出版单位	高等教育出版社
使用单位	杭州电子科技大学		
使用单位联系人	陈超	电话	18758852329
教材教学应用及效果	合肥工业大学朱士信、唐烁等教授主编的《高等数学》（上册、下册）数字化教材，是国内第一套大学数学新形态教材。本教材创新构建 “纸质教材 + 数字课程” 一体化架构，将传统纸质读本与多元化数字化教学资源深度融合，实现线上线下教学内容协同配套。 纸质教材内容取舍精当、重难点排布合理，创新采用正文设置旁白的方式，针对核心知识点补充拓展解读、延伸研讨议题与梳理总结要点，版式编排新颖清晰，贴合学生自主学习习惯。配套数字资源可对纸质教材内容进行巩固强化、延伸拓展与多维解读，搭建起以纸质教材为核心、数字资源为支撑的立体化综合知识体系。教材充分吸纳当下高等数学教学改革前沿成果，注重培育学生创新思维；坚持以数学思想、数学方法为导向，训练学生运用高数工具分析、解决实际问题，可读性与实用性兼备，教学呈现形式新颖独特。 我校将该套教材应用于全校公共数学基础课教学，经长期教学实践检验，教学成效突出：学生数学应用能力与创新思维得到显著提升，课堂学习主动性、课程参与度明显提高，在专业人才培养中发挥了重要支撑作用，育人成效显著。		
教材使用单位意见	负责人签字： （教程公章） 2026 年 1 月 6 日		

教材教学应用及效果证明

教材名称	高等数学（上）（下）（第一版）	册次	上下两册
国际标准书号（ISBN）	上册：978-7-04-039681-2 下册：978-7-04-041291-8	出版单位	高等教育出版社
使用单位	安徽建筑大学		
使用单位联系人	谢新平	电话	15255179949
教材教学应用及效果	国家教学名师朱士信教授领衔，合肥工业大学高等数学教学团队编撰的《高等数学》（上、下册）数字化教材，由高等教育出版社出版，系国内第一本数学类新形态教材。该教材立足新时代高等教育教学改革需求，引领高校数学教材建设创新发展方向，切实推动信息技术与传统纸质教材深度融合，为大学数学课程数字化转型提供了优质范本。 教材创新搭建 “纸质教材 + 数字课程” 一体化体系，打通纸质内容与微课视频、动画演示、拓展习题等多类型数字化教学资源，实现线上、线下教学内容协同互补、有机联动。配套完备教学设计方案，既能助力教师整合实体课堂与线上数字资源，打造混合式高效课堂；又可引导学生拓展知识边界，围绕课程核心重难点展开深度研讨，锻炼自主探究、独立研习的综合能力，为教师教学创新、学生自主深度学习提供全面有力的支撑。 我校将该教材用于全校公共数学课程授课，经长期教学实践验证，育人效果显著。教材可全面提升学生数学综合素养与实践应用能力，充分激发学生学习高等数学的主观能动性，在夯实学生数理基础、强化数学思维训练、提升人才培养整体质量上发挥了重要作用。		
教材使用单位意见	负责人签字： （单位公章） 2026 年 1 月 6 日		

1.2 教材参考证明

教材应用证明

教材名称	高等数学（上）（下）（第二版）	册次	上下两册
国际标准书号（ISBN)	上册：978-7-04-053634-8 下册：978-7-04-053324-8	出版单位	高等教育出版社
使用联系人	东南大学陈建龙	电话	13951000922
教材教学应用及效果	合肥工业大学朱士信、唐烁等教授主编的《高等数学》（上下册）于 2014 年由高等教育出版社出版，是国内首批采用“纸质教材+数字课程”的数字化教材，2020 年修订推出第二版，该教材为“十四五”规划教材，荣获 2021 年首届全国教材建设奖二等奖，是高校高等数学课程的优质核心教学用书。 该教材构建了纸质内容与数字资源协同育人的教学体系。纸质教材，内容编排循序渐进、逻辑严谨，在巩固学生理论基础的同时，凸显学科特色，拓宽学生数学思维与认知视野。配套微视频、概念精讲、典型例题解析等丰富的数字资源，有效补充课堂教学，为线上线下混合式教学提供基础准备，与纸质教材互补融合、相辅相成。 在实际教学应用中，第二版教材延续“纸质+数字”一体化教学架构，内容优化升级，教学适配性与实用性极强。教材设置基础、提高分层习题，精准适配不同学情学生的个性化学习需求。同时依托中国大学 MOOC 平台搭建专属课程，动态更新教学资源、细化重难点解析，有效攻克教学难点，助力学生夯实核心知识体系。 我充分研究了该教材，并参考该教材的建设模式，开展了教材建设，应该可以说：该教材引领了全国新形态教材的发展。		
教材使用人签字	东南大学数学学院 使用人签字：陈建龙 2026 年 7 月 6 日		

1.3 慕课应用证明

高等教育出版社

课程上线应用证明

合肥工业大学的“高等数学(上)” “高等数学(下)”已在爱课程（中国大学 MOOC）上线运行（具体课程上线情况见附件：课程数据信息表）。

特此证明。

高等教育出版社有限公司

2026 年 6 月 23 日

附件：课程应用信息表

课程名称	课程负责人	上线时间	开设学期数	累计选课人数
高等数学(上)	朱士信	2019-10-18	9	90591
高等数学(下)	朱士信	2020-02-24	9	106270

1.4 慕课西行应用证明

2022-2025 年新疆农业大学 高等数学Ⅲ（工科数学）成绩分析

自 2023 年起，新疆农业大学与合肥工业大学建立深度校际合作关系，依托“慕课西行” 项目共建优质教学资源，以国家虚拟教研室合作平台为纽带开展常态化师资互访与教研交流，全方位深化两校工科数学教学协同建设，有力推动我校工科数学人才培养质量提档升级。

通过对比 2022—2025 年校际合作实施前后《高等数学Ⅲ》课程学生成绩（详见表 1、表 2），教学改革育人成效数据支撑充分：

课程第一学期及格率从 86.00% 攀升至 90.10%，教学质量稳定维持高位。第二学期及格率由 72.50% 提升至 84.70%，涨幅达 12.2 个百分点，不及格率从 27.64% 降至 15.30%，降幅超四成，有效应对该学期课程难度高、挂科率居高不下的长期痛点；两学期优秀率、课程平均分同步稳步上涨，即便每届授课规模近 2000 人，整体教学质量并未因生源体量扩大出现稀释，充分印证本协同育人模式成效突出，具备广泛推广借鉴价值。

表 1　2022-2023-1 至 2025-2026-1 高等数学Ⅲ（1）（工科数学）成绩汇总

分数段 / 学年度	总人数	90-100 分（人）	优秀率（%）	0-59 分（人）	不及格率（%）	及格率（%）	平均分
2022-2023-1	2031	174	8.57%	285	14.00%	86.00%	72.5
2023-2024-1	1907	216	11.33%	206	10.80%	89.20%	73.12
2024-2025-1	1913	194	10.14%	196	10.25%	89.75%	73.26
2025-2026-1	1939	199	10.26%	192	9.90%	90.10%	72.92

表 2　2022-2023-2 至 2024-2025-2 高等数学Ⅲ（2）（工科数学）成绩汇总

分数段 / 学年度	总人数	90-100 分（人）	优秀率（%）	0-59 分（人）	不及格率（%）	及格率（%）	平均分
2022-2023-2	1957	96	4.91%	541	27.50%	72.50%	65.61
2023-2024-2	1932	131	6.78%	312	16.15%	83.85%	69.88
2024-2025-2	1882	132	7.01%	288	15.30%	84.70%	70.29

以上情况属实。

单位签字（盖章）：

2026 年 6 月 30 日

2. 教学成果获奖情况

2.1 省特等奖获奖情况

连续三届获安徽省教学成果特等奖共记 3 项，其中 2025 年以排名第一获得安徽省教学成果特等奖

安徽省教育厅

皖教秘高〔2025〕135 号

安徽省教育厅关于公布2025年本科和继续教育教学成果奖获奖名单的通知

各普通高等学校、各市教育局：

根据国务院《教学成果奖条例》和我省教学成果奖有关规定，我厅组织开展2025年安徽省本科教育和继续教育教学成果奖评审工作。经组织申报、专家评审、结果公示，合肥工业大学申报的《名师领航•课程筑基•教材铸魂•数智赋能：打造工科数学创新能力培养新体系》等353项本科教学成果和淮南师范学院申报的《四级贯通·五维赋能：地方师范院校服务教师职后专业发展的创新与实践》等47项继续教育成果被评为2025年安徽省本科教育和继续教育教学成果奖。现将获奖名单予以公布。

希望获奖集体和个人珍惜荣誉，大力弘扬教育家精神，牢记为党育人、为国育才的初心使命，积极探索新时代教育教学方法，不断提升教书育人本领，为培养德智体美劳全面发展社会主义建设者和接班人做出新的更大贡献。希望各高校高度重视教学成果培育奖励，持续加大政策保障力度，进一步加强获奖成果的凝练

安徽省教学成果奖

证 书

为表彰安徽省教学成果奖获得者，特颁发此证书。

项目名称：名师领航·课程筑基·教材铸魂·数智赋能：打造工科数学创新能力培养新体系

奖励等级：特等奖

获 奖 者：朱士信

安徽省教育厅

二零二五年十二月

证书号：2025jxcgj016-1

安徽省教学成果奖

证 书

为表彰安徽省教学成果奖获得者，特颁发此证书。

项目名称：工业报国理念引领，“教学研赛用”五维贯通，构建数学创新人才培养新范式

奖励等级：特等奖

获 奖 者：张 莉

二零二四 年 六 月 二 日

证书号：2023jxcgj035-1

安徽省教学成果奖

证　书

为表彰安徽省教学成果奖获得者，特颁发此证书。

项目名称：开创并引领新形态教材建设，建设高水平的工科大学数学系列教材

奖励等级：特等奖

获 奖 者：朱士信

安徽省教育厅

二〇二二年四月二十一日

证书号：2021jxcgj473-1

2.2 省一等奖获奖情况

安徽省重大教学成就奖 1 项，安徽省教学成果一等奖 6 项

安徽省重大教学成就奖

证 书

为表彰安徽省重大教学成就奖获得者，

特颁发此证书。

获奖者：朱士信

二〇二〇年 月 日

证书号：2019jxcgj761

安徽省教学成果奖

证 书

为表彰安徽省教学成果奖获得者，特颁发此证书。

项目名称：以数学建模竞赛为平台，探索提升大学生综合素质的数学教学模式

奖励等级：一等奖

获 奖 者：汪金菊

二〇一九 年 四 月 四 日

证书号：2018jxcgj020-01

安徽省教学成果奖

证　书

为表彰安徽省教学成果奖获得者，特颁发此证书。

项目名称：以培养创新能力为导向，基于大学生数学建模竞赛推进数学教学模式

奖励等级：一等奖

获 奖 者：朱士信

安徽省教育厅

二〇一八年四月二十三日

证书号：2017jxcgj040-3

安徽省教学成果奖

证　书

为表彰安徽省教学成果奖获得者，特颁发此证书。

项目名称：高等数学数字化教材建设与教学团队建设

奖励等级：一等奖

获 奖 者：朱士信

二〇一八 年 四 月二十三日

证书号：2017jxcgj335-1

安徽省教学成果奖

证　书

为表彰安徽省教学成果奖获得者，特颁发此证书。

项目名称：依托大学生数学建模竞赛，培养大学生创新能力

奖励等级：一等奖

获 奖 者：焦贤发

2016年12月27日

证书号：2016jxcgj168-1

安徽省教学成果奖

证 书

为表彰安徽省教学成果奖获得者，特颁发此证书。

项目名称：以培养创新能力为导向，基于大学生数学建模竞赛推进数学教学模式

奖励等级：一等奖

获 奖 者：苏 敏

二〇一八 年 四 月二十三日

证书号：2017jxcgj040-1

安徽省教学成果奖

证　书

为表彰安徽省教学成果奖获得者，特颁发此证书。

项目名称：工科数学基础课中传授数学思想方法，培养数学素质，提高学生创新能力的探索与实践

奖励等级：一等奖

获 奖 者：朱士信

二〇一二年十一月十四日

证书号：2012cgj032-1

3. 教师团队获奖情况

3.1 国家级教学团队获批公示

中华人民共和国教育部
Ministry of Education of the People's Republic of China

当前位置：首页 > 公开

信息名称： 教育部 财政部关于立项建设2008年国家级教学团队的通知
信息索引： 360A08-07-2008-0558-1 **生成日期：** 2008-09-28 **发文机构：** 教育部、财政部
发文字号： 教高函〔2008〕19号 **信息类别：** 高等教育
内容概述： 教育部、财政部确定清华大学“结构力学系列课程教学团队”等300个教学团队为2008年国家级教学团队，并就项目建设有关事项发出通知。

教育部 财政部关于立项建设2008年国家级教学团队的通知

教高函〔2008〕19号

154	机电一体化技术教学团队	张　耀	浙江机电职业技术学院
155	文秘专业教学团队	徐　可	湖州职业技术学院
156	工科数学基础课教学团队	朱士信	合肥工业大学
157	电磁学课程教学团队	程福臻	中国科学技术大学
158	基础生物学教学团队	施蕴渝	中国科学技术大学
159	人文教育教学团队	汪青松	安庆师范学院
160	中国古代文学教学团队	余恕诚	安徽师范大学

3.2 教学名师获奖证书

① 国家级教学名师：朱士信

★★★★★

高等学校教学名师奖

证 书

朱士信 同志：

为了表彰您在高等学校人才培养工作中做出的突出贡献，特颁发第三届高等学校教学名师奖，以资鼓励。

中华人民共和国
教育部部长 周济

二〇〇七年九月

② “万人计划”领军人才：朱士信

证书编号：W01050056

万人计划

Wanren Jihua

国家高层次人才
特殊支持计划入选证书

朱士信 同志

入选国家高层次人才特殊
支持计划领军人才

中共中央组织部
人力资源和社会保障部

③ 全国模范教师：朱士信

荣誉证书

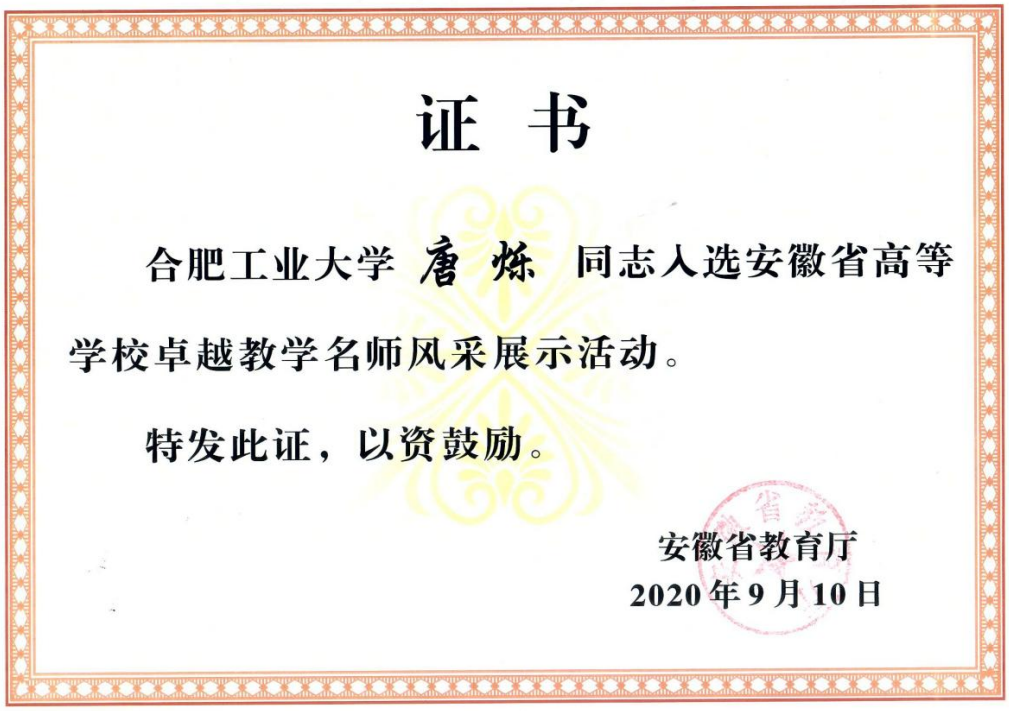
授予：朱士信 同志

“全国模范教师”称号

中华人民共和国人力资源和社会保障部
中华人民共和国教育部

二〇二四年九月

④ 安徽省卓越教学名师：唐烁



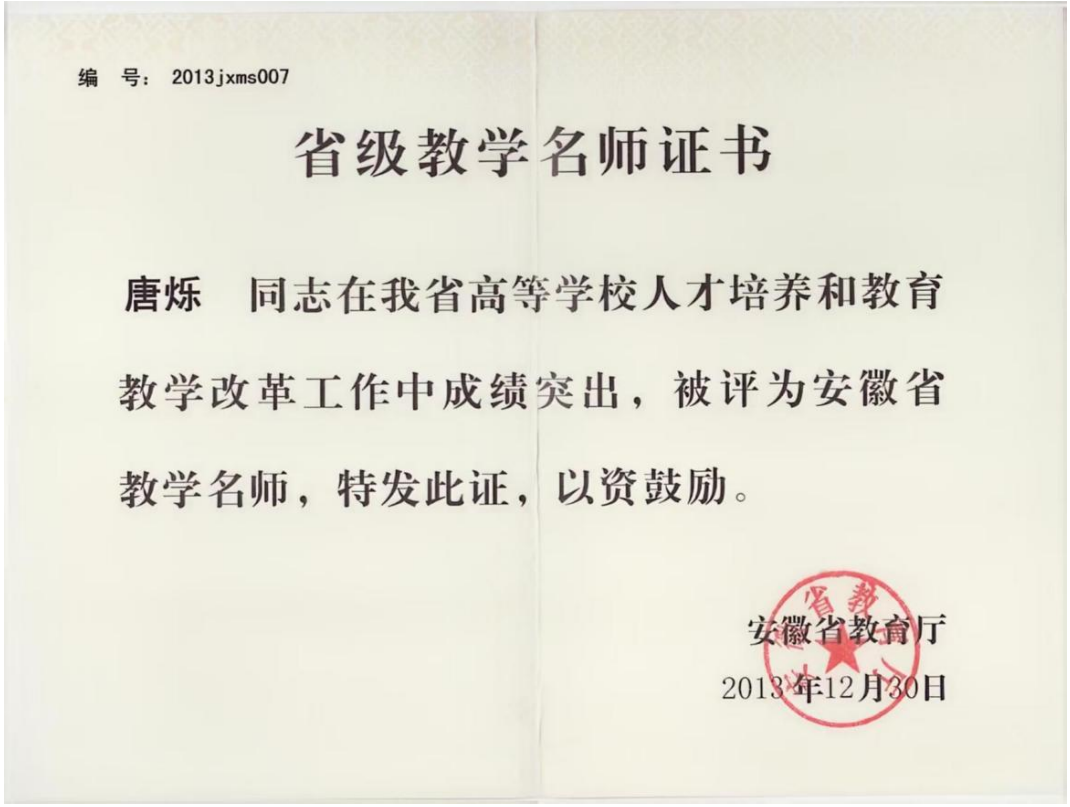
证 书

合肥工业大学 唐 烁 同志入选安徽省高等学校卓越教学名师风采展示活动。

特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅
2020年9月10日

⑤ 安徽省教学名师 7 人:唐烁、杨志林、张莉、殷明、刘丽、朱晓临、檀结庆



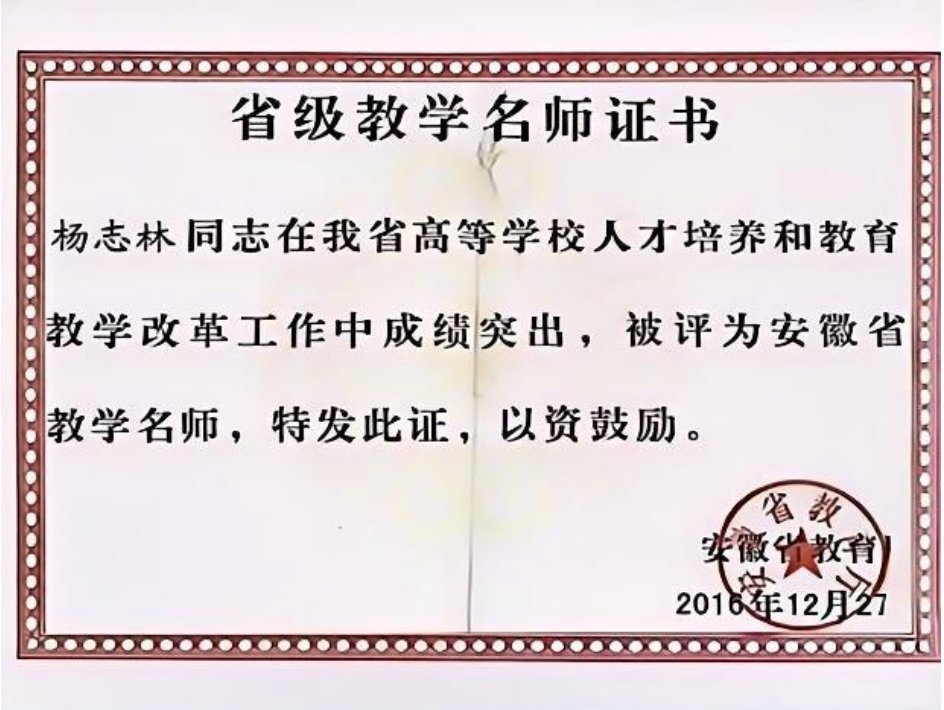
编 号: 2013jxms007

省级教学名师证书

唐烁 同志在我省高等学校人才培养和教育教学改革工作中成绩突出，被评为安徽省教学名师，特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅

2013年12月30日

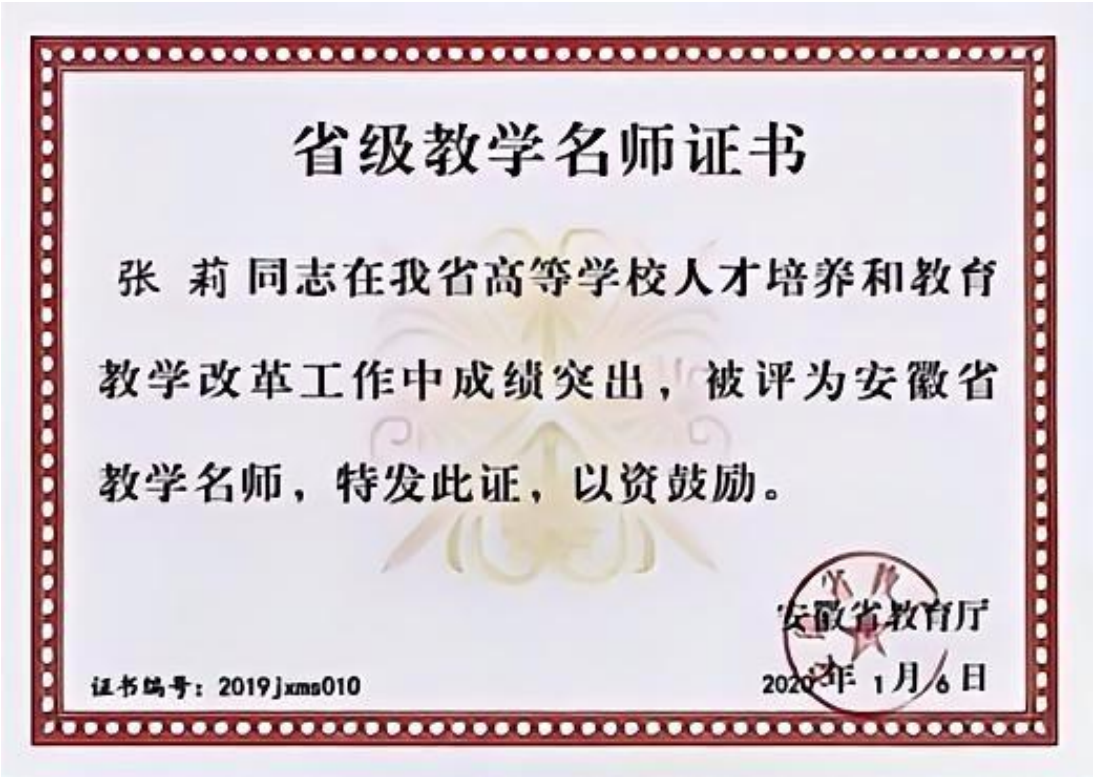


省级教学名师证书

杨志林同志在我省高等学校人才培养和教育教学改革工作中成绩突出，被评为安徽省教学名师，特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅

2016年12月27



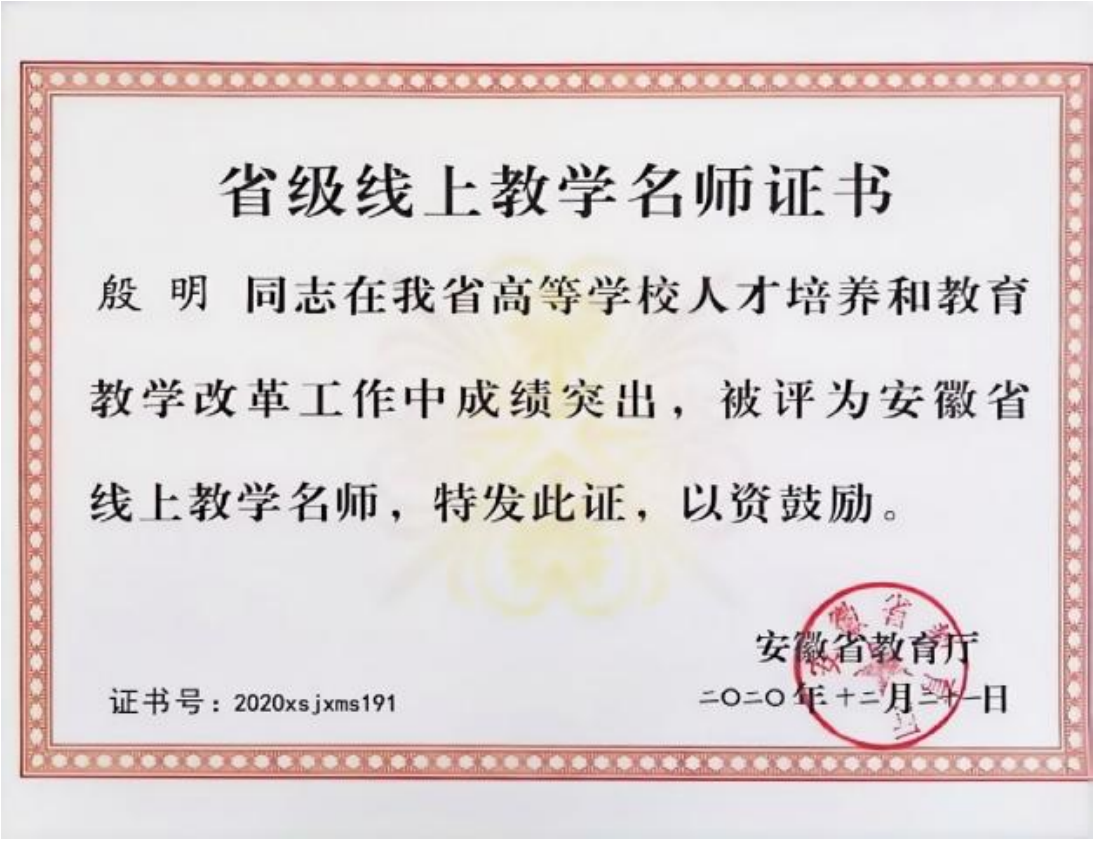
省级教学名师证书

张 莉 同志在我省高等学校人才培养和教育教学改革工作中成绩突出，被评为安徽省教学名师，特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅

证书编号：2019jxms010

2020年 1月 6日



省级线上教学名师证书

殷 明 同志在我省高等学校人才培养和教育教学改革工作中成绩突出，被评为安徽省线上教学名师，特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅

证书号：2020xsjxms191

二〇二〇年十二月二十一日

省级教学名师证书

檀结庆同志在我省高等学校人才培养和教育教学改革工作中成绩突出，被评为安徽省教学名师，特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅

证书编号：2018jxms131

2019 年 4 月 4日

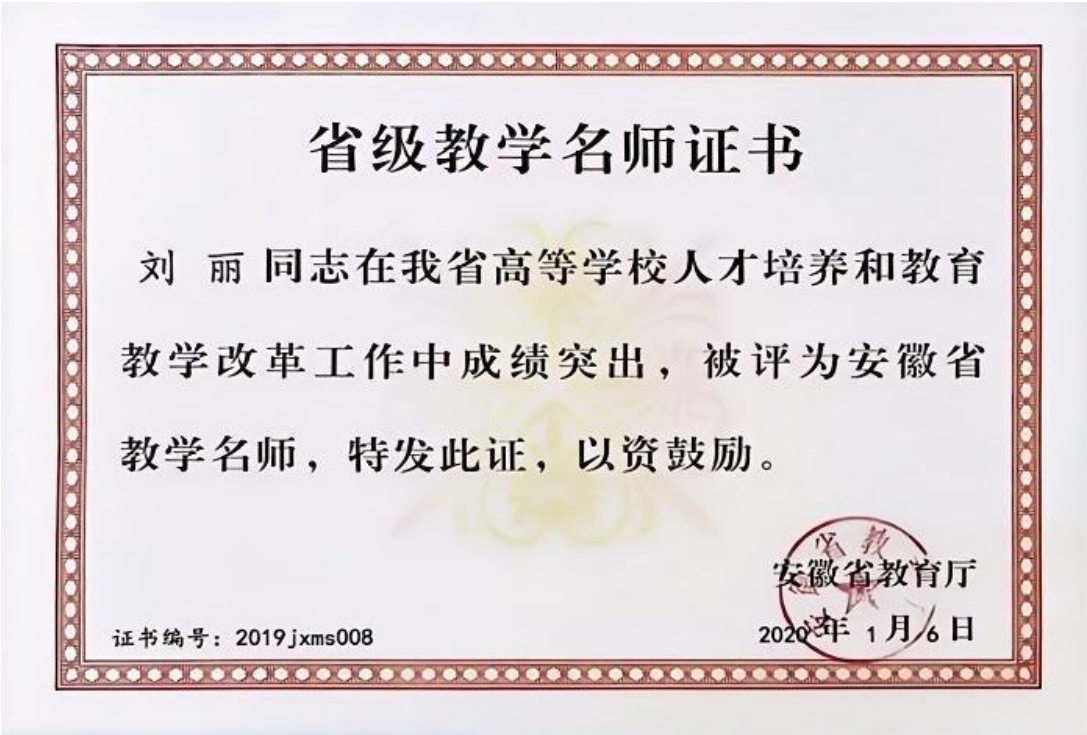
省级教学名师证书

朱晓临同志在我省高等学校人才培养和教育教学改革工作中成绩突出，被评为安徽省教学名师，特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅

项目编号：2014jxms005

2014 年12 月26日



省级教学名师证书

刘 丽 同志在我省高等学校人才培养和教育教学改革工作中成绩突出，被评为安徽省教学名师，特发此证，以资鼓励。

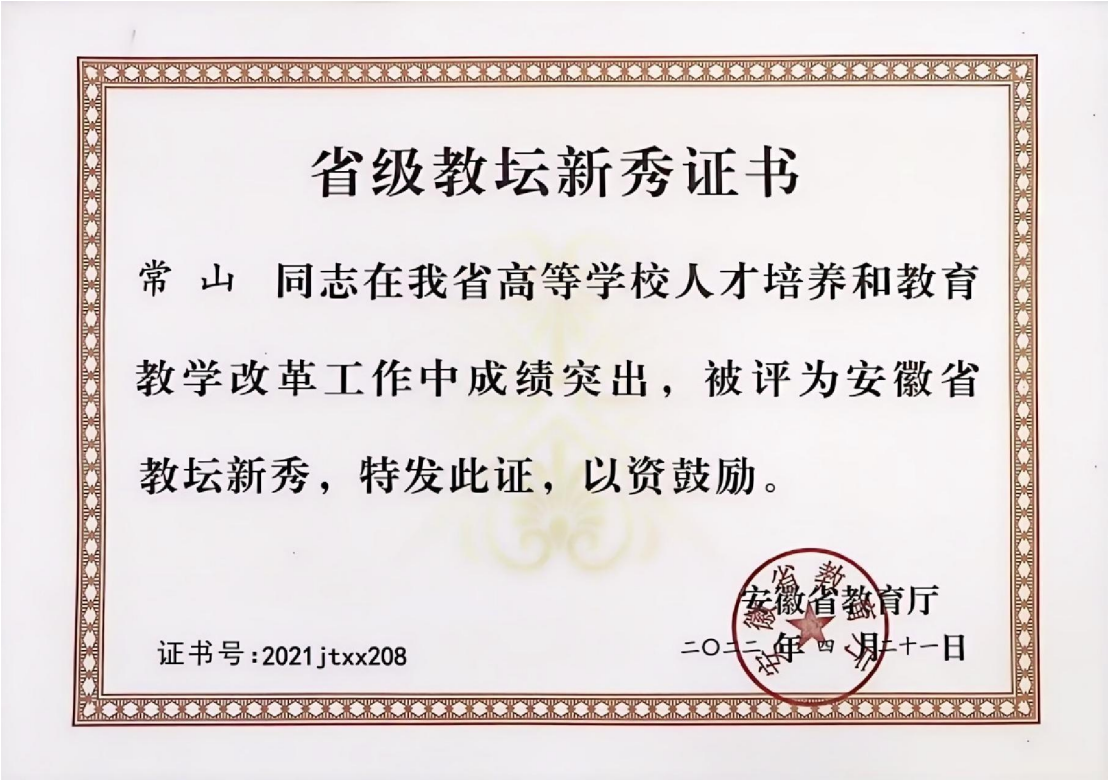
安徽省教育厅

证书编号：2019jxms008

2020年 1月 6日

3.3 教坛新秀获奖证书

安徽省教坛新秀 9 人



省级教坛新秀证书

常 山 同志在我省高等学校人才培养和教育教学改革工作中成绩突出，被评为安徽省教坛新秀，特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅

二〇二一年四月二十一日

证书号：2021jtxx208

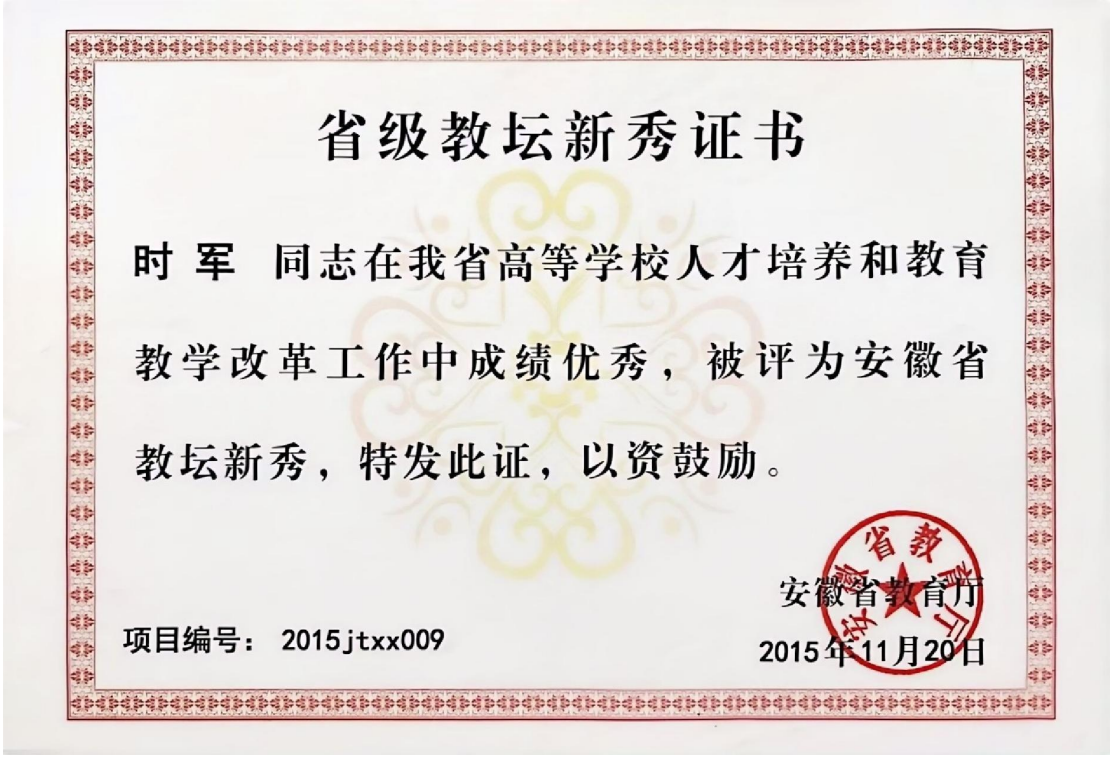
荣誉证书

周江涛 同志：

荣获安徽省第三届普通高校青年教师教学竞赛第一名（自然科学基础学科组），授予“省级教坛新秀”称号。

安徽省总工会 安徽省教育厅

二〇一七年七月



省级教坛新秀证书

时 军 同志在我省高等学校人才培养和教育教学改革工作中成绩优秀，被评为安徽省教坛新秀，特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅

项目编号： 2015jtxx009

2015年11月20日

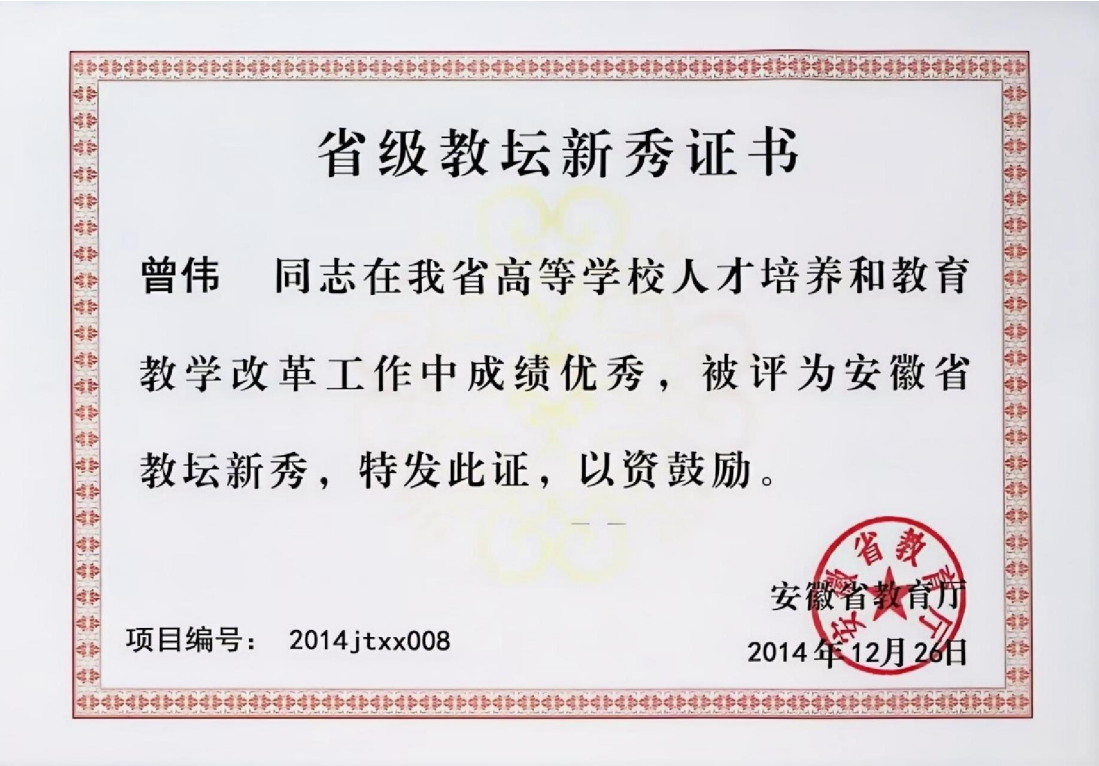
荣誉证书

于春华 同志：

荣获安徽省第二届普通本科院校青年教师教学竞赛第一名（自然科学基础学科组），授予“省级教坛新秀”称号。

安徽省总工会 安徽省教育厅

二〇一五年八月二十一日



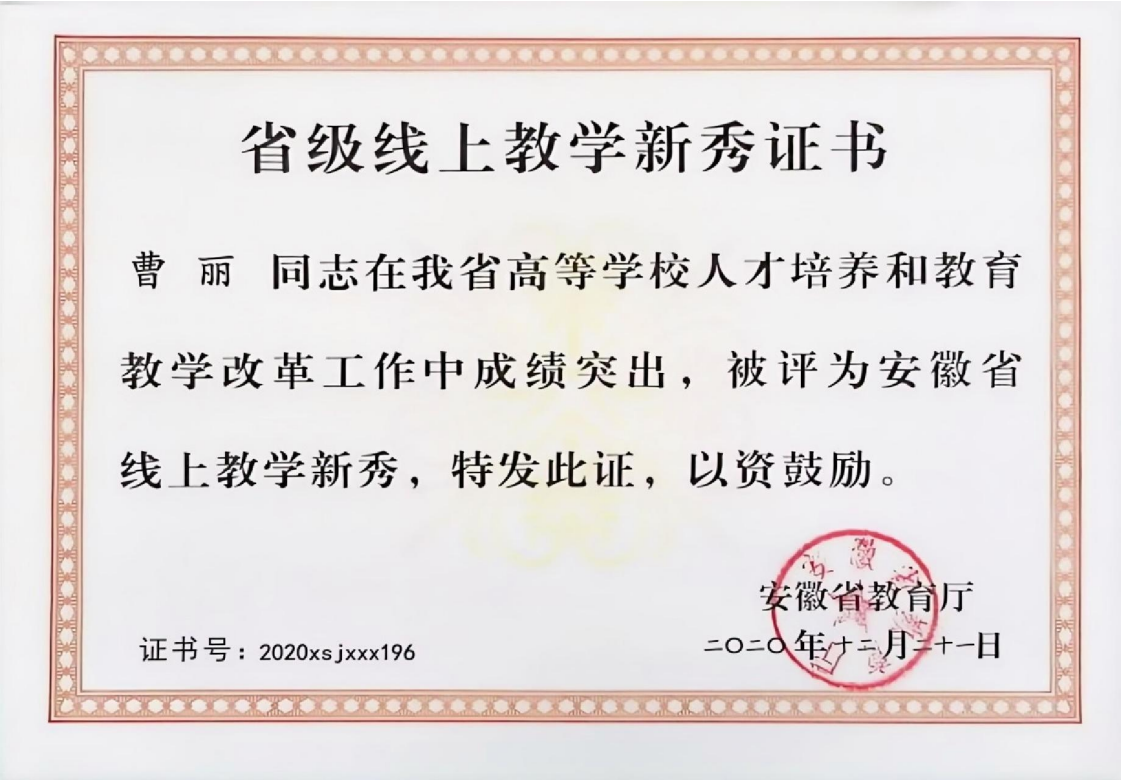
省级教坛新秀证书

曾伟　同志在我省高等学校人才培养和教育教学改革工作中成绩优秀，被评为安徽省教坛新秀，特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅

项目编号：　2014jtxx008

2014年12月26日



省级线上教学新秀证书

曹　丽　同志在我省高等学校人才培养和教育教学改革工作中成绩突出，被评为安徽省线上教学新秀，特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅

证书号：2020xsjxxx196

二〇二〇年十二月二十一日

获奖证书

刘 植 同志：

为了表彰您在高等学校人才培养工作中做出的突出贡献，特颁发省级教坛新秀奖，以资鼓励。

安徽省教育厅

二〇一〇年十一月十日

编 号：2013jtxx005

省级教坛新秀证书

彭凯军同志在我省高等学校人才培养和教育教学改革工作中成绩优秀，被评为安徽省教坛新秀，特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅

2013年12月30日

索 引 号：723337336/202303-00161	信息分类：
发布机构：省教育厅	生成日期：2023-03-27 17:38:25
名　　称：关于2022年度安徽省高等学校省级质量工程项目拟立项名单的公示	
内容分类：重大建设项目批准和实施	文　　号：
有 效 性：有效	关 键 词：质量工程

关于2022年度安徽省高等学校省级质量工程项目拟立项名单的公示

阅读次数：16629　作者：高教处　来源：省教育厅　发布时间：2023-03-27 17:38　[字号：大 中 小]

根据《安徽省教育厅关于做好2022年度高等学校省级质量工程项目申报工作的通知》（皖教秘高〔2022〕205号）要求，我厅组织专家分类对申报项目进行了形式审查、网络审核和会议评审。现将安徽省2022年度高等学校省级质量工程项目拟立项名单进行公示。

公示期为2023年3月28日至4月4日。公示期间，若有异议，请以书面形式向安徽省教育厅高等教育处反映，反映的内容应实事求是、客观公正，并提供加盖单位公章的证明材料。

联系电话：0551-62818295；0551-62831852

联系人：任受君、倪曦

项目编号	项目名称	项目类别	级别或等级	所属单位	负责人
2022jtxx174	赵小文	教坛新秀		合肥工业大学	赵小文

3.4 安徽省五一劳动奖章

安徽省五一劳动奖章获得者：曾伟、周江涛、于春华

安徽省五一劳动奖章

证 书

安徽省总工会决定

授予： 曾 伟 同志

安徽省五一劳动奖章。

安徽省总工会

2020 年 6 月

编号：3306

安徽省五一劳动奖章

证 书

安徽省总工会决定

授予： 于春华 同志

安徽省五一劳动奖章。

安徽省总工会

二〇一六年四月

编号：3901

3.5 教学竞赛获奖

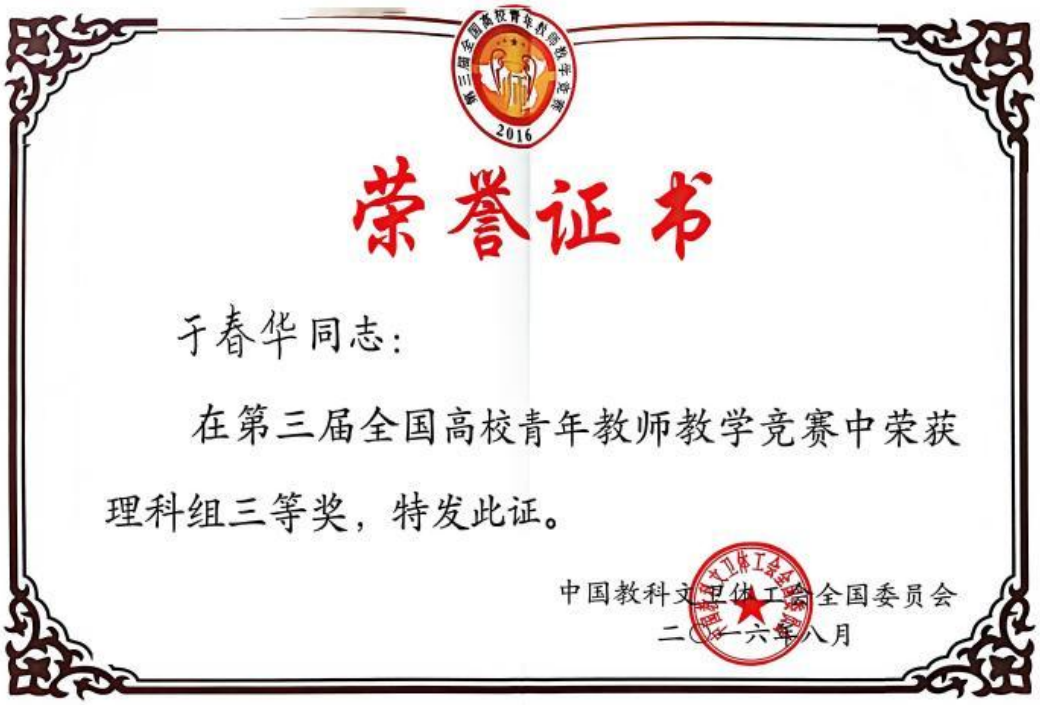
荣誉证书

曾 伟同志：

在第五届全国高校青年教师教学竞赛中荣获理科组二等奖，特发此证。

中国教科文卫体工会全国委员会

二〇二〇年十月



荣誉证书

于春华同志：

在第三届全国高校青年教师教学竞赛中荣获理科组三等奖，特发此证。

中国教科文卫体工会全国委员会

二〇一六年八月

荣誉证书

周江涛 同志：

在第四届全国高校青年教师教学竞赛中荣获理科组二等奖，特发此证。

中国教科文卫体工会全国委员会

二〇一八年八月

全国高校数学微课程教学设计竞赛

Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

编号：MMC2017-2-020

合肥工业大学

刘 植

荣获第三届（2017）全国高校数学微课程教学设计竞赛

全国二等奖

教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会

全国高等学校数学研究中心

高等学校大学数学教学研究与发展中心

二〇一七年十一月

全国高校数学微课程教学设计竞赛

Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

合肥工业大学

陈晓彦

荣获首届（2015）全国高校数学微课程教学设计竞赛

全国二等奖

教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会

全国高等学校数学研究中心

高等学校大学数学教学研究与发展中心

二〇一五年十二月

全国高校数学微课程教学设计竞赛

Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

合肥工业大学

张 莉

荣获首届（2015）全国高校数学微课程教学设计竞赛

全国二等奖

教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会

全国高等学校数学研究中心

高等学校大学数学教学研究与发展中心

二〇一五年十二月

荣誉证书

周江涛　同志：

荣获安徽省第三届普通高校青年教师教学竞赛第一名（自然科学基础学科组），授予“省级教坛新秀”称号。

安徽省总工会　安徽省教育厅

二〇一七年七月

荣誉证书

于春华　同志：

荣获安徽省第二届普通本科院校青年教师教学竞赛第一名(自然科学基础学科组)，授予“省级教坛新秀”称号。

安徽省总工会　安徽省教育厅

二〇一五年八月三十一日

荣誉证书

HONORARY CREDENTIAL

彭凯军老师：

在安徽省首届普通本科院校青年教师教学基本功竞赛中，荣获理科组一等奖，特颁此状，以资鼓励。

安徽省教育厅　安徽省总工会

二〇一三年八月二十三日

荣誉证书

常　山　同志：

在安徽省第五届普通高校青年教师教学竞赛中荣获理科组一等奖，特发此证。

安徽省总工会　　安徽省教育厅

二〇二一年十月

全国高校数学微课程教学设计竞赛

Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

合肥工业大学

陈晓彦

荣获首届（2015）全国高校数学微课程教学设计竞赛

华东赛区特等奖。

教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会

全国高等学校数学研究中心

高等学校大学数学教学研究与发展中心

二〇一五年八月

荣誉证书

安徽省高校数学微课程教学设计竞赛

Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

合肥工业大学

陈晓彦

荣获首届（2015）安徽省高校数学微课程教学设计竞赛 特 等奖

安徽省教育厅

二〇一五年九月十六日

荣誉证书

曾　伟　同志：

荣获安徽省第四届普通高校青年教师教学竞赛一等奖（自然科学基础学科组），授予“省级教坛新秀”。

安徽省总工会　安徽省教育厅

二〇一九年八月

荣誉证书

江　慧　同志：

在安徽省第七届高校青年教师教学竞赛中荣获理科组三等奖，特发此证。

安徽省总工会　安徽省教育厅

二〇二五年八月

获奖证书

江慧 老师：

荣获第五届全国高校教师教学创新大赛安徽省赛基础课程中级及以下组

二等奖

学校名称：合肥工业大学
课程名称：概率论与数理统计
团队成员：宁荣健、于春华、曹丽
证书编号：AHSJCS20250093

安徽省教育厅
二〇二五年六月

安徽师范大学 ANHUI NORMAL UNIVERSITY　超星　高等教育出版社

获奖证书

李东伟 老师：

荣获第六届全国高校教师教学创新大赛安徽赛区基础课程赛道

三等奖

学校名称：合肥工业大学
课程名称：高等数学A
团队成员：张莉、唐烁、彭凯军
证书编号：AHSJCS20260386

安徽省教育厅
二〇二六年五月

第三届全国高校教师教学创新大赛安徽省赛

获奖证书

彭凯军老师：

荣获第三届全国高校教师教学创新大赛安徽省赛基础课程副高组“二等奖”，特颁发此证。

工作单位：合肥工业大学

课程名称：高等数学

团队成员：张莉、宁荣健、于莉

证书编码:ahsjcs02054

安徽省教育厅

2023年8月

NATIONAL TEACHING INNOVATION CONTEST FOR COLLEGE TEACHERS 全国高校教师教学创新大赛

获奖证书

于莉 老师（团队）：

荣获第二届全国高校教师教学创新大赛(安徽赛区)选拔赛暨安徽省赛

中级及以下组三等奖

学校名称：合肥工业大学

团队成员：宁荣健、曾伟、彭凯军

特发此证，以资鼓励。

安徽省教育厅

二〇二二年六月

安徽省第六届高校青年教师教学竞赛 2023

荣誉证书

李东伟 同志：

在安徽省第六届高校青年教师教学竞赛中荣获理科组三等奖，特发此证。

安徽省总工会　安徽省教育厅

二〇二三年八月

荣誉证书

安徽省高校数学微课程教学设计竞赛
Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

合肥工业大学

梁清清

荣获第三届（2017）安徽省高校数学微课程教学设计竞赛 二 等奖

安徽省教育厅
二〇一七年九月二十二日

荣誉证书

安徽省高校数学微课程教学设计竞赛
Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

合肥工业大学

熊莲花

荣获第三届（2017）安徽省高校数学微课程教学设计竞赛 一 等奖

安徽省教育厅
二〇一七年九月二十二日

荣誉证书

安徽省高校数学微课程教学设计竞赛
Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

合肥工业大学
刘植

荣获第三届（2017）安徽省高校数学微课程教学设计竞赛 特 等奖

安徽省教育厅
二〇一七年九月二十二日

荣誉证书

安徽省高校数学微课程教学设计竞赛
Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

合肥工业大学
钱开燕

荣获第三届（2017）安徽省高校数学微课程教学设计竞赛 一 等奖

安徽省教育厅
二〇一七年九月二十二日

全国高校数学微课程教学设计竞赛

Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

编号：MMC2017-EC-S-034

合肥工业大学

熊莲花

荣获第三届（2017）全国高校数学微课程教学设计竞赛

华东赛区二等奖。

教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会

全国高等学校数学研究中心

高等学校大学数学教学研究与发展中心

二〇一七年八月

全国高校数学微课程教学设计竞赛

Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

编号：MMC2017-EC-O-022

合肥工业大学

刘 植

荣获第三届（2017）全国高校数学微课程教学设计竞赛

华东赛区特等奖。

教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会

全国高等学校数学研究中心

高等学校大学数学教学研究与发展中心

二〇一七年八月

全国高校数学微课程教学设计竞赛

Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

合肥工业大学

于春华

荣获第二届（2016）全国高校数学微课程教学设计竞赛

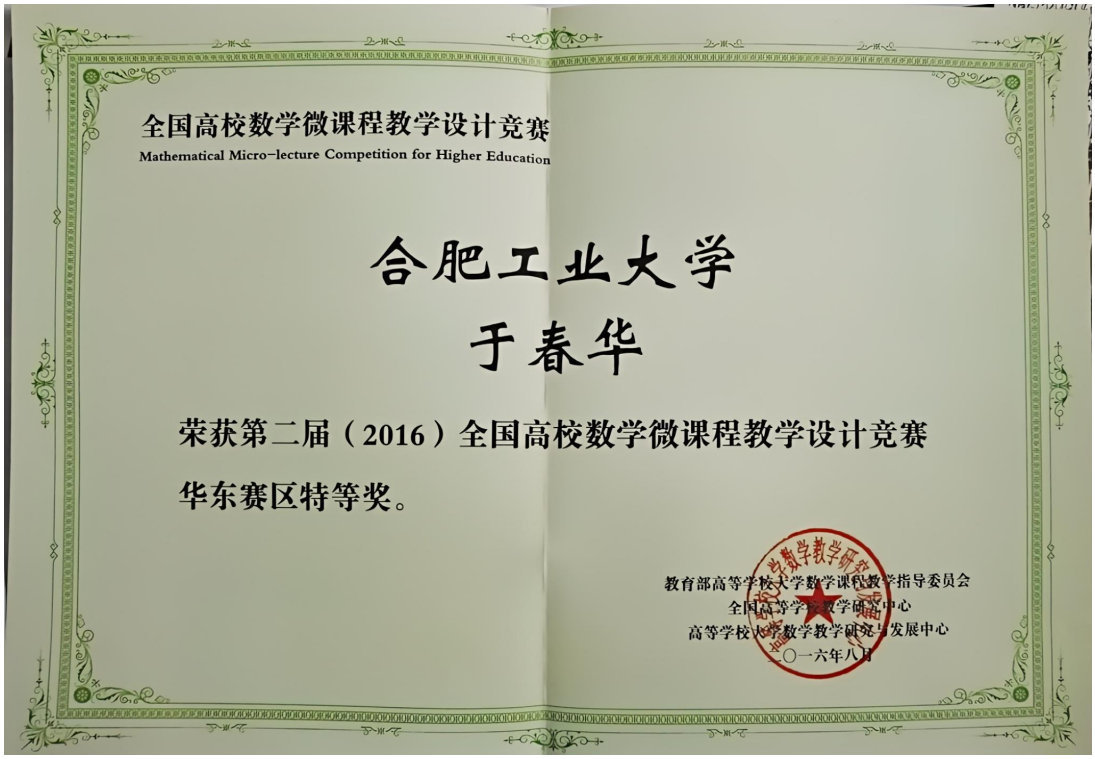
全国一等奖

教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会

全国高等学校数学研究中心

高等学校大学数学教学研究与发展中心

二〇一六年十一月



全国高校数学微课程教学设计竞赛

Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

合肥工业大学

于春华

荣获第二届（2016）全国高校数学微课程教学设计竞赛

华东赛区特等奖。

教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会

全国高等学校数学研究中心

高等学校大学数学教学研究与发展中心

二〇一六年八月

全国高校数学微课程教学设计竞赛

Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

合肥工业大学

张莉

荣获首届（2015）全国高校数学微课程教学设计竞赛

华东赛区特等奖。

教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会

全国高等学校数学研究中心

高等学校大学数学教学研究与发展中心

二〇一五年八月

荣誉证书

安徽省高校数学微课程教学设计竞赛

Mathematical Micro-lecture Competition for Higher Education

合肥工业大学

张莉

荣获首届（2015）安徽省高校数学微课程教学设计竞赛 特 等奖

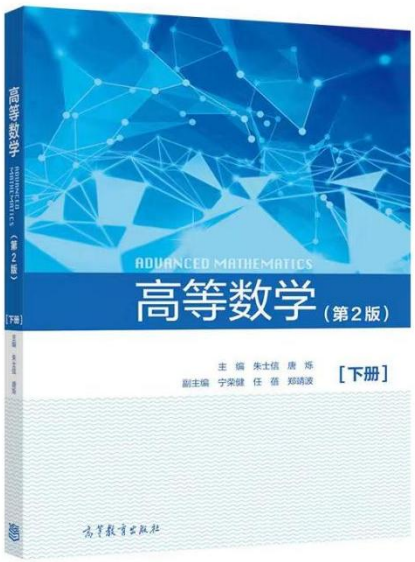
安徽省教育厅

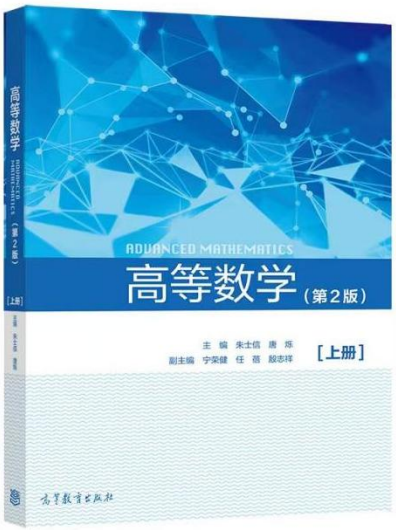
二〇一五年九月十六日

4. 教材、课程获奖证书

4.1 教材获奖证书

① 高等数学（第 2 版）上册、下册 获评全国优秀教材二等奖





首届全国教材建设奖

全国优秀教材证书

（高等教育类）

证书编号：GJC-G-2-2021068

获奖教材：高等数学（第 2 版）上册、下册

书　　号：978-7-04-053634-8
978-7-04-053324-8

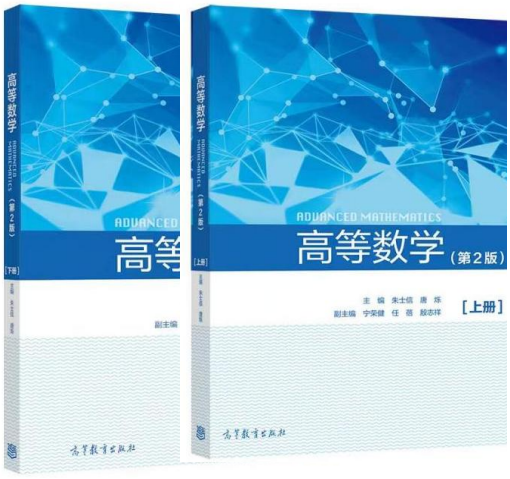
获奖等级：二等奖

主要编者：上册主编：朱士信，唐　烁
上册副主编：宁荣健，任　蓓，殷志祥
下册主编：朱士信，唐　烁
下册副主编：宁荣健，任　蓓，郑靖波

出版单位：高等教育出版社

国家教材委员会
二〇二一年九月

② 高等数学（第 2 版）上册、下册以及数字教材入选“十四五普通高等教育本科国家级规划教材”



关于“十四五”普通高等教育本科国家级规划教材拟入选名单的公示

根据《“十四五”普通高等教育本科国家级规划教材建设实施方案》（教高厅〔2023〕1号）和《教育部办公厅关于开展“十四五”普通高等教育本科国家级规划教材第一次推荐遴选工作的通知》（教高厅函〔2024〕9号）的有关要求，经有关部门（单位）教育司（局）、各省级教育行政部门和高校推荐申报，我部组织评审，现对“十四五”普通高等教育本科国家级规划教材拟入选名单予以公示，公示期为2026年1月19日至1月23日。

公示期内，如有异议，请以书面形式反映，并提供必要的证明材料。以单位名义反映的，须提供单位联系人姓名、电话并加盖单位公章；以个人名义反映的，须提供真实姓名、身份证号和有效联系方式。

联系电话：010-66096925

附件

“十四五”普通高等教育本科国家级规划教材拟入选名单

序号	教材名称	主要编者	申报单位	出版单位
750	大学数学．线性代数与空间解析几何 （第五版）	郑宝东，郭潇，王忠英	哈尔滨工业大学	高等教育出版社
751	大学数学-工科数学分析（上册）（第七版）	哈尔滨工业大学数学学院	哈尔滨工业大学	高等教育出版社
	大学数学-工科数学分析（下册）（第七版）	哈尔滨工业大学数学学院	哈尔滨工业大学	高等教育出版社
752	高等数学（第2版上册）	朱士信，唐烁，宁荣健，任蓓，殷志祥	合肥工业大学	高等教育出版社
	高等数学（第2版下册）	朱士信，唐烁，宁荣健，任蓓，郑靖波	合肥工业大学	高等教育出版社
753	高等数学（上册）数字教材	张莉，朱士信，唐烁，于春华，刘植，宁荣健，江慧，李慧民	合肥工业大学	高等教育出版社
	高等数学（下册）数字教材	张莉，朱士信，唐烁，彭凯军，熊莲花，宁荣健，李东伟，周江涛	合肥工业大学	高等教育出版社
754	概率论与数理统计（数字化教材）	朱水龙，[illegible]	河海大学	上海交通大学出版社
755	大学数学1（第四版）	易学军，朱郁森，袁朝晖	湖南大学	高等教育出版社
	大学数学2（第四版）	肖萍，孟益民，全志勇	湖南大学	高等教育出版社
	大学数学3（第四版）	刘先霞，李永群，马传秀	湖南大学	高等教育出版社

4.2 课程获奖证书

① 国家级一流本科课程：高等数学 A

国家级一流本科课程

证

书

★ ★ ★ ★ ★

课 程 类 别：线下一流课程

课 程 名 称：高等数学 A

课 程 负 责 人：朱士信

课程团队其他主要成员：唐烁、张莉、杨志林、江平

主 要 建 设 单 位：合肥工业大学

教 育 部

2020 年 11 月

证 书 编 号：2020130788

② 国家精品课程（高等数学）获批公示

Languages 微言教育 无障碍浏览 登录 | 注册

中华人民共和国教育部
Ministry of Education of the People's Republic of China

当前位置：首页 > 公开

教育部 财政部关于批准2008年度国家精品课程建设项目的通知

2008年9月29日

教高函〔2008〕22号

各省、自治区、直辖市教育厅(教委)，新疆生产建设兵团教育局，有关部门（单位）教育司（局），解放军总参谋部，部属各高等学校：

为贯彻落实《教育部 财政部关于实施高等学校本科教学质量与教学改革工程的意见》（教高〔2007〕1号）和《教育部关于进一步深化本科教学改革全面提高教学质量的若干意见》（教高〔2007〕2号）精神，按照2008年度高等学校本科教学质量与教学改革工程项目申报工作要求，经过网络评审、专家会评以及上网公示，决定批准2008年度国家精品课程普通高校650门、军队院校（含武警）课程19门（名单见附件）。现予公布。

一、国家精品课程荣誉称号有效期5年。期间，课程内容要按照规定上网，取消登录用户名和密码，向全国免费开放。用户可登录“高等学校本科教学质量和教学改革工程”网（www.zlgc.edu.cn），点击“国家精品课程建设”，或直接登录“全国高等学校精品课程建设工作”网，浏览国家精品课程内容和了解全国精品课程建设工作的相关信息。

二、有关高等学校要按照《教育部办公厅关于印发<国家精品课程建设工作实施办法>的通知》（教高厅〔2003〕3号）和《教育部办公厅关于<国家精品课程建设工作实施办法>补充规定的通知》（教高厅〔2004〕13号）要求，进一步加强课程建设，不断改善网络条件，更新和完善课程网上教学资源；及时了解掌握课程教学内容的辐射效果，收集分析用户的反馈意见，统计课程网站的点击率；在有效期内，接受教育部组织的年度检查。军队院校的国家精品课程由总参谋部负责管理。

三、各级教育行政部门和高等学校要重视“质量工程”的组织实施，进一步巩固教学工作的中心地位，继续加大经费投入并给予政策支持，推进优质资源的建设与共享。高等学校要充分利用国家精品课程的优质资源和建设经验，推进本校课程改革，不断提高教学质量。

四、未经著作权人许可，任何人不得将国家精品课程内容用作商业目的活动。

附件：	
1.	2008年度国家精品课程名单.doc

244	理学	数学类	高等数学	北京航空航天大学	郑志明
245	理学	数学类	数值分析	大连理工大学	于　波
246	理学	数学类	高等数学	合肥工业大学	朱士信
247	理学	数学类	复变函数	湖州师范学院	刘太顺
248	理学	数学类	泛函分析	内蒙古大学	孙　炯

③ 国家级精品资源共享课程（高等数学）获批公示

Languages 微言教育 无障碍浏览 登录 | 注册

中华人民共和国教育部
Ministry of Education of the People's Republic of China

当前位置：首页 > 公开

信息名称： 教育部办公厅关于公布第一批“国家级精品资源共享课”名单的通知
信息索引： 360A08-07-2016-0016-1 生成日期： 2016-07-01 发文机构： 教育部办公厅
发文字号： 教高厅函〔2016〕54号 信息类别： 高等教育
内容概述： 教育部办公厅公布第一批“国家级精品资源共享课”名单的通知。

教育部办公厅关于公布第一批“国家级精品资源共享课”名单的通知

教高厅函〔2016〕54号

各省、自治区、直辖市教育厅（教委），新疆生产建设兵团教育局，有关部门（单位）教育司（局），中央军委训练管理部院校局，部属各高等学校，高等教育出版社有限公司：

根据《教育部 财政部关于“十二五”期间实施“高等学校本科教学质量与教学改革工程”的意见》（教高〔2011〕6号）、《教育部关于国家精品开放课程建设的实施意见》（教高〔2011〕8号）、《精品资源共享课建设工作实施办法》（教高厅〔2012〕2号）等文件精神，自2013年以来，我部共分四批批准了2911门“国家级精品资源共享课”（包括教师教育、本科教育、高职教育、网络教育课程）立项建设，建设课程陆续在“爱课程”网免费向社会开放。参与课程建设高校和课程团队为推进高等教育开放，促进优质教育资源共享，服务学习型社会建设做出了重要贡献。

经我部组织各省级教育行政部门、全国高校现代远程教育协作组、高等教育出版社有限公司等对精品开放课程建设与共享项目建设工作进行总结，并对已经上网使用的本科教育、高职教育以及网络教育国家级精品资源共享课立项建设课程进行审核，现确定北京大学“理论语言学”等2686门课程为第一批“国家级精品资源共享课”并对名单予以公布。“国家级精品资源共享课”称号有效期5年。教师教育国家级精品资源共享课立项建设课程相关工作另行安排。

确定为“国家级精品资源共享课”的课程建设高校和建设团队，作为课程内容和教学活动的责任主体，要继续保证课程内容质量，按照有关规定及时维护、更新和完善课程基本资源，积极建设拓展资源，安排专人管理上网课程及其学习社区，提供丰富、安全、稳定的课程学习服务，更好地满足广大高校师生和社会学习者的学习需求。“爱课程”网要继续为课程维护更新提供技术支持和相关服务。

942	中国科学技术大学	并行计算	陈国良
943	合肥工业大学	思想政治教育方法论	黄志斌
944	合肥工业大学	高等数学	朱士信
945	合肥工业大学	工程结构抗震设计	柳炳康
946	合肥工业大学	构造地质学	宋传中

④ 高等数学数字课程

出版证书

高等数学数字课程

主编 唐 烁 朱士信

高等数学是理工类、经管类各专业的公共基础课程。本数字课程以国家级精品资源共享课为基础，秉承作者团队重视教学研究和学生实践能力培养的传统，按照“重基础、强练习、拓视野”的原则，与朱士信等主编的《高等数学（上、下）》同步设计，包括教学视频、课件、概念解析、典型例题解析、归纳总结、数学家小传、试卷、自测题、作业题等教学资源，教学内容丰富、制作精良。可供高等学校相关课程定制使用，也可供教学参考。

编　　者：朱士信　唐　烁　宁荣健　任　蓓　张　莉　刘　植　曾　伟　王晓莉
于春华　时　军　熊莲花　夏成林　彭凯军　于　莉　吴　磊　孙　琳
编者单位：合肥工业大学
ISBN：978-7-
网　　址：http://icc.hep.com.cn/nanshan/gcrlx
出版时间：2017 年 11 月
出版发行：高等教育出版社
高等教育电子音像出版社
ISBN 978-7-89423-968-6
高等教育出版社
高等教育电子音像出版社

⑤ 省级一流课程获批公示：概率论与数理统计

中共安徽省委教育工委
安 徽 省 教 育 厅
http://jyt.ah.gov.cn/

长辈版 无障碍

首页 > 省教育厅 > 重点领域信息公开 > 重大工程项目实施 > 重大建设项目批准和实施

索 引 号：723337336/202303-00161	信息分类：
发布机构：省教育厅	生成日期：2023-03-27 17:38:25
名　　称：关于2022年度安徽省高等学校省级质量工程项目拟立项名单的公示	
内容分类：重大建设项目批准和实施	文　　号：
有 效 性：有效	关 键 词：质量工程

关于2022年度安徽省高等学校省级质量工程项目拟立项名单的公示

阅读次数：16531　作者：高教处　来源：省教育厅　发布时间：2023-03-27 17:38　[字号：大 中 小]

根据《安徽省教育厅关于做好2022年度高等学校省级质量工程项目申报工作的通知》（皖教秘高〔2022〕205号）要求，我厅组织专家分类对申报项目进行了形式审查、网络审核和会议评审。现将安徽省2022年度高等学校省级质量工程项目拟立项名单进行公示。

公示期为2023年3月28日至4月4日。公示期间，若有异议，请以书面形式向安徽省教育厅高等教育处反映，反映的内容应实事求是、客观公正，并提供加盖单位公章的证明材料。

联系电话：0551-62818295；0551-62831852

联系人：任雯君、倪朦

3756	食品营养与安全	合肥工业大学	线下课程（原精品线下开放课程）	林琳
3757	马克思主义基本原理	合肥工业大学	线下课程（原精品线下开放课程）	周甄武
3758	概率论与数理统计	合肥工业大学	线下课程（原精品线下开放课程）	宁荣健

⑥ 省级智慧课程获批公示：线性代数、高等数学

安徽省教育厅

皖教秘高〔2025〕68号

安徽省教育厅关于公布2024年度高等学校省级质量工程项目名单的通知

各高等学校：

根据省教育厅、省财政厅《关于实施高等学校教学质量与教学改革工程的意见》等文件要求，经学校申报、专家审核和公示，现批准2024年度省级质量工程项目立项建设。现就有关事项通知如下：

86	线性代数	合肥工业大学	“AI+教育”课程	智慧课程	彭凯军
87	设计创新	合肥工业大学	“AI+教育”课程	智慧课程	曹建中
88	高等数学	合肥工业大学	“AI+教育”课程	智慧课程	张莉

4.3 国家级虚拟教研室获批公示

教 育 部 办 公 厅

教高厅函〔2022〕2号

教育部办公厅关于公布首批虚拟教研室建设试点名单的通知

各省、自治区、直辖市教育厅（教委），新疆生产建设兵团教育局，有关部门（单位）教育司（局），部属各高等学校、部省合建各高等学校，2018—2022年教育部高等学校教学指导委员会:

为贯彻落实“十四五”教育发展规划有关部署，加快虚拟教研室建设，经各地各高校和教育部高等学校教学指导委员会推荐、专家综合评议，我部按相关工作程序确定了首批虚拟教研室建设试点名单。现予以公布（名单见附件），并将试点建设事项通知如下。

279	课程（群）教学类	儿童发展课程虚拟教研室	浙江师范大学	秦金亮
280	课程（群）教学类	大学化学实验课程群虚拟教研室	中国科学技术大学	朱平平
281	课程（群）教学类	大学数学课程群虚拟教研室	合肥工业大学	朱士信
282	专业建设类	长三角区域安全工程专业虚拟教研室	安徽理工大学	袁　亮

5. 学生获奖情况

5.1 数学类学科竞赛获奖证书

学生在全国大学生数学竞赛、数学建模、统计建模竞赛中获国奖 **40** 余项、省级一等奖 **262** 项.

① **2022-2025** 年全国大学生数学竞赛获奖证书 **13** 份

获奖证书

合肥工业大学 石一鹏荣获第十六届全国大学生数学竞赛决赛(非数学A类)一等奖,特发此证。

中国数学会

编号: CMS（决）FA2025039

二〇二五年四月

获奖证书

合肥工业大学 叶致远 荣获第十五届全国大学生数学竞赛（非数学类）一等奖，特发此证。

编号：CMS（决）FS2024087

中国数学会

二〇二四年四月

获奖证书

合肥工业大学 张国生 荣获第十三届全国大学生数学竞赛决赛（非数学类）一等奖，特发此证。

编号：CMS（决）F2023048

中国数学会

二〇二三年五月

获奖证书

合肥工业大学 张轩硕 荣获第十六届全国大学生数学竞赛决赛（非数学A类）三等奖，特发此证。

中国数学会

编号：CMS（决）FA2025268

二〇二五年四月

获奖证书

合肥工业大学 王子豪 荣获第十四届全国大学生数学竞赛决赛（非数学类）三等奖，特发此证。

中国数学会

编号：CMS（决）F2023303

二〇二三年五月

获奖证书

合肥工业大学 张轩硕 荣获第十六届全国大学生数学竞赛决赛(非数学A类)三等奖，特发此证。

中国数学会

编号：CMS（决）FA2025268

二〇二五年四月

获奖证书

合肥工业大学 刘旭鸿 荣获第十三届全国大学生数学竞赛决赛（数学类高年级）三等奖，特发此证。

中国数学会

编号：CMS（决）SG2023125

二〇二五年四月

获奖证书

新疆农业大学 欧阳振宇 荣获第十七届全国大学生数学竞赛（非数学A类）三等奖，特发此证。

编号：CMS（决）FA2026404

中国数学会

二〇二六年四月

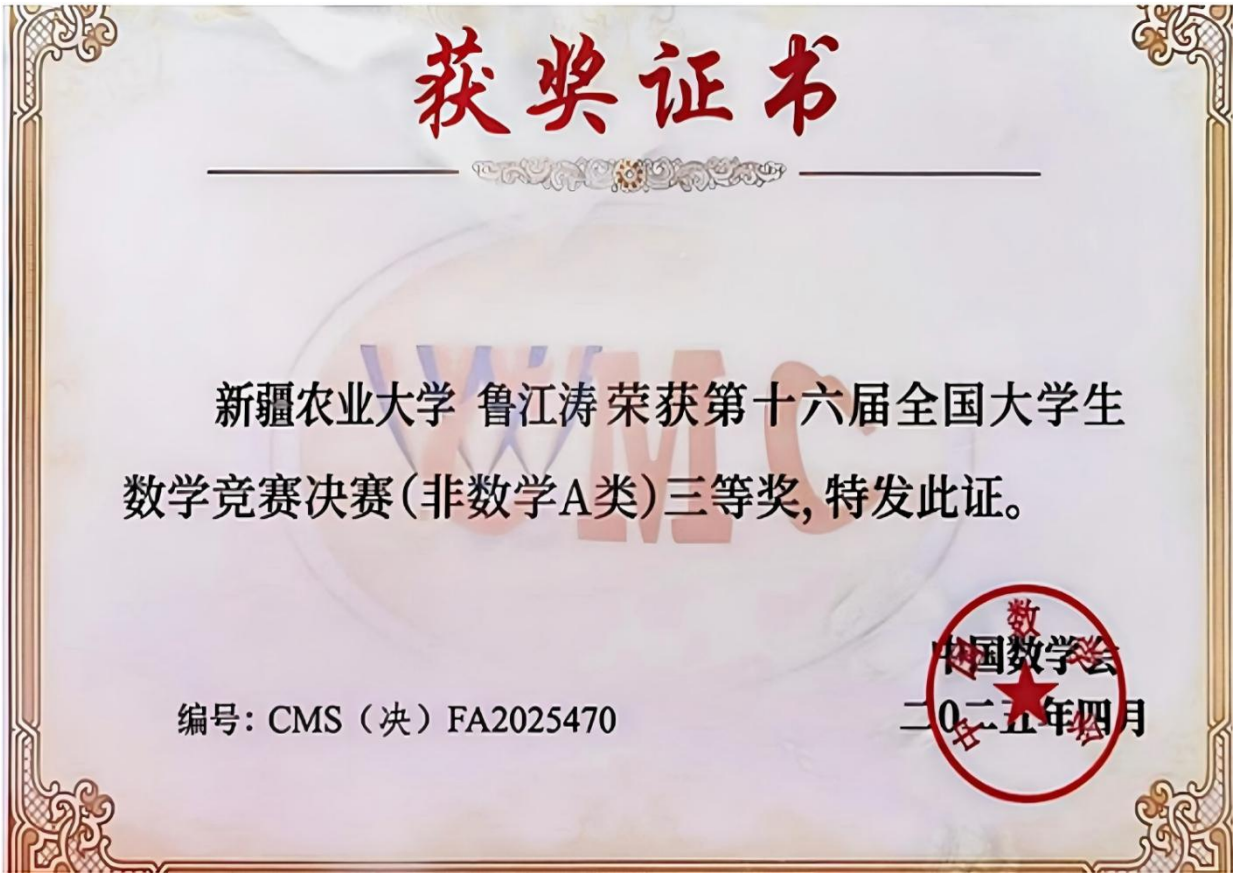
获奖证书

新疆农业大学 闫宇 荣获第十七届全国大学生数学竞赛（非数学A类）三等奖，特发此证。

编号：CMS（决）FA2026498

中国数学会

二〇二六年四月



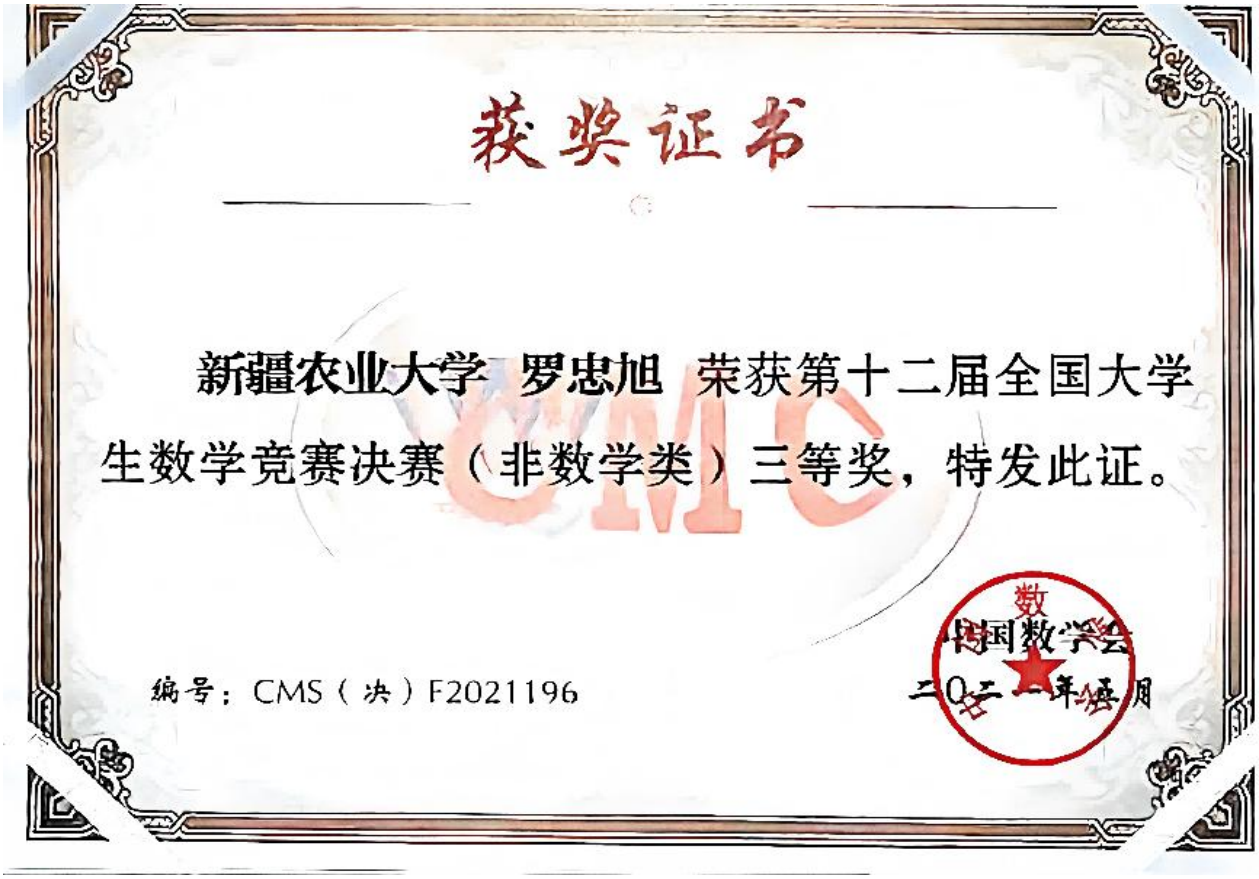
获奖证书

新疆农业大学 鲁江涛 荣获第十六届全国大学生数学竞赛决赛(非数学A类)三等奖,特发此证。

中国数学会

编号: CMS（决）FA2025470

二〇二五年四月



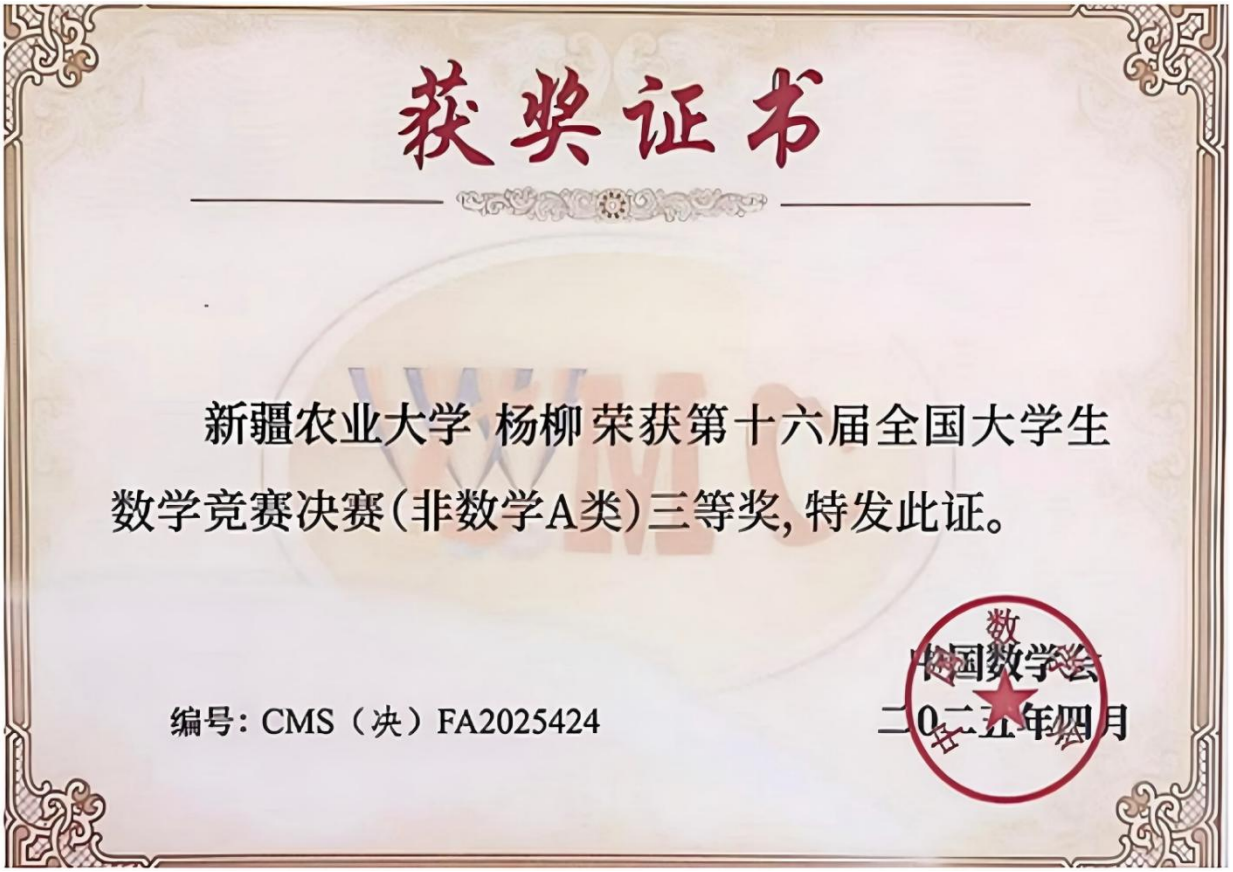
获奖证书

新疆农业大学 罗忠旭 荣获第十二届全国大学生数学竞赛决赛（非数学类）三等奖，特发此证。

中国数学会

编号：CMS（决）F2021196

二〇二一年五月



获奖证书

新疆农业大学 杨柳 荣获第十六届全国大学生数学竞赛决赛(非数学A类)三等奖，特发此证。

中国数学会

编号：CMS（决）FA2025424

二〇二五年四月

获奖证书

新疆农业大学 豆文博 荣获第十四届全国大学生数学竞赛决赛（非数学类）三等奖，特发此证。

中国数学会

编号：CMS（决）F2023360

二〇二三年五月

② 2022-2025 年全国大学生数学建模竞赛获奖证书 14 份

中国工业与应用数学学会

合肥工业大学

学　　生：吴昕恺
刘凯利
王昱钧

指导老师：汪金菊

荣获二零二五年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组二等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二五年十一月

中国工业与应用数学学会

合肥工业大学

学　　生：姜佳杞
王　越
李沐窈

指导老师：刘桂庆

荣获二零二五年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组一等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二五年十一月

中国工业与应用数学学会
China Society for Industrial and Applied Mathematics

合肥工业大学

学　　生：刘昭阳
罗鸣冠
罗天曦

指导老师：焦贤发

荣获二零二三年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组一等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二三年十一月

中国工业与应用数学学会
China Society for Industrial and Applied Mathematics

合肥工业大学

学　　生：秦致远
方任驰
牛子艺

指导老师：苏　敏

荣获二零二三年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组一等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二三年十一月

中国工业与应用数学学会
China Society for Industrial and Applied Mathematics

合肥工业大学

学　　生：程唐琛
杜厚德
王家兵

指导老师：易　戈

荣获二零二四年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组一等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二四年十一月

中国工业与应用数学学会
China Society for Industrial and Applied Mathematics

合肥工业大学

学　　生：李佳琦
武　笛
刘方圆

指导老师：焦贤发

荣获二零二二年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组一等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二二年十一月

中国工业与应用数学学会
China Society for Industrial and Applied Mathematics

CUMCM 中国大学生数学建模竞赛

合肥工业大学

学　　生：鲁润霖
韩昆桦
张致远

指导老师：刘　源

荣获二零二五年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组一等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二五年十一月

中国工业与应用数学学会
China Society for Industrial and Applied Mathematics

合肥工业大学

学　　生：李佳琦
武　笛
刘方圆

指导老师：焦贤发

荣获二零二二年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组一等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二二年十一月

中国工业与应用数学学会
China Society for Industrial and Applied Mathematics

合肥工业大学

学　　生：孙雨晨
何宸逸
陈　薇

指导老师：史三英

荣获二零二五年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组二等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二五年十一月

中国工业与应用数学学会
China Society for Industrial and Applied Mathematics

合肥工业大学

学　　生：吴昕恺
刘凯利
王昱钧

指导老师：汪金菊

荣获二零二五年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组二等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二五年十一月

中国工业与应用数学学会
China Society for Industrial and Applied Mathematics

合肥工业大学

学　　生：刘可安
吴慧玲
刘　硕

指导老师：周　玲

荣获二零二二年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组二等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二二年十一月

合肥工业大学

学　　生：李　康
边新宇
江谢炜

指导老师：许　莹

荣获二零二五年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组二等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二五年十一月

中国工业与应用数学学会
China Society for Industrial and Applied Mathematics

合肥工业大学

学　　生：李佳琦
武　笛
刘方圆

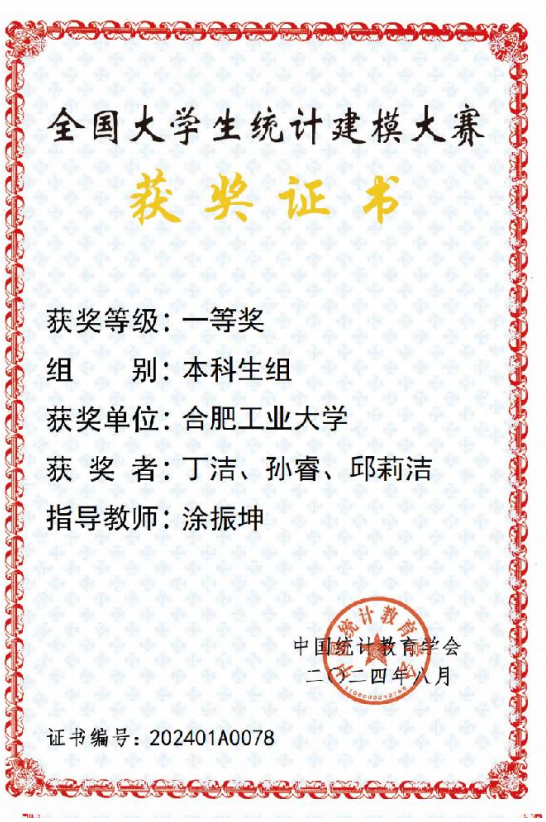
指导老师：焦贤发

荣获二零二二年高教社杯全国大学生数学建模竞赛本科组一等奖。

中国工业与应用数学学会
全国大学生数学建模竞赛组织委员会
二零二二年十一月

③ 2022-2025 年全国大学生统计建模竞赛获奖证书 14 份

为表彰在2024年（第十届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。



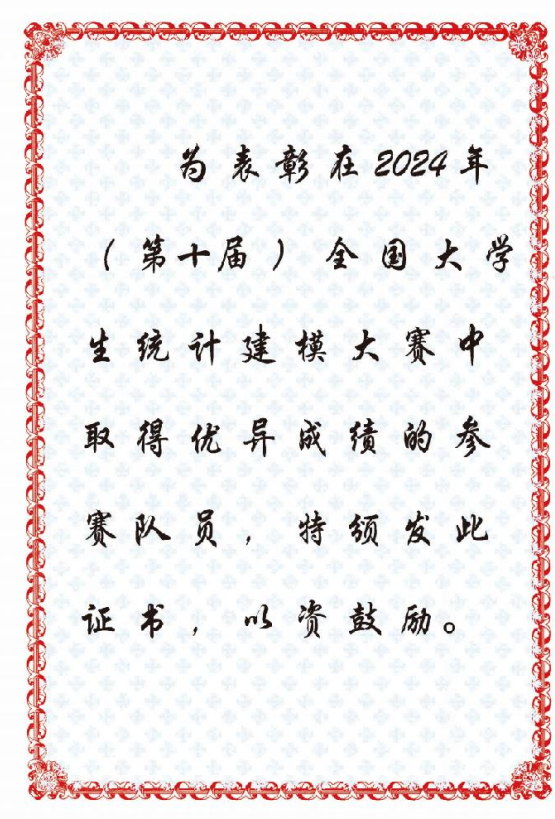
全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：一等奖
组　　别：本科生组
获奖单位：合肥工业大学
获 奖 者：丁洁、孙睿、邱莉洁
指导教师：涂振坤

中国统计教育学会
二〇二四年八月

证书编号：202401A0078



为表彰在2024年（第十届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：三等奖
组　　别：本科生组
获奖单位：合肥工业大学
获 奖 者：方任驰、张亚坤、夏宏伟
指导教师：曹丽

中国统计教育学会
二〇二四年八月

证书编号：202401C0170

为表彰在2025年（第十一届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：三等奖

组　　别：本科生组

获奖单位：合肥工业大学

获 奖 者：刘继泽、张娜、翟茜同

指导教师：姚梅

中国统计教育学会

二〇二五年十月

证书编号：202601C0002

为表彰在2024年（第十届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：二等奖

组　　别：本科生组

获奖单位：合肥工业大学

获 奖 者：胡子龙、蔡子当、董嘉轩

指导教师：查文舒

中国统计教育学会

二〇二四年八月

证书编号：202401B0095

为表彰在2024年（第十届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：三等奖

组　　别：本科生组

获奖单位：合肥工业大学

获 奖 者：孙霁铄、王悦妍、任拓

指导教师：姚梅

中国统计教育学会

二〇二四年八月

证书编号：202401C0154

为表彰在2023年（第九届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：一等奖

组　　别：本科生组

获奖单位：合肥工业大学

获 奖 者：刘可安、戴宗良、王世林

指导教师：姚梅、曹丽

中国统计教育学会

二〇二三年八月

证书编号：202301A0003

为表彰在2023年（第九届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：三等奖

组　　别：本科生组

获奖单位：合肥工业大学

获 奖 者：袁晨曦、郑昆旺、徐洁

指导教师：曹丽

中国统计教育学会

二〇二三年八月

证书编号：202301C0012

为表彰在2022年（第八届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：三等奖

组　　别：本科生组

获奖单位：合肥工业大学

获 奖 者：储昭东、张博涵、肖子晗

指导教师：丁涛、凌能祥

中国统计教育学会

教育部高等学校统计类专业教学指导委员会

北京大学（代章）

二〇二二年八月

证书编号：202201C0111

为表彰在2022年（第八届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：三等奖

组　　别：本科生组

获奖单位：合肥工业大学

获 奖 者：赵维雨、吕焓、丁鹏远

指导教师：汪金菊、刘源

中国统计教育学会

教育部高等学校统计类专业教学指导委员会
北京大学（代章）
二〇二二年八月

证书编号：202201C0097

为表彰在2022年（第八届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：三等奖

组　　别：本科生组

获奖单位：合肥工业大学

获 奖 者：袁帆、张瑞瑜、陈曦萌

指导教师：姚梅、曹丽

中国统计教育学会

教育部高等学校统计类专业教学指导委员会
北京大学（代章）
二〇二二年八月

证书编号：202201C0093

为表彰在2022年（第八届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：三等奖

组　　别：本科生组

获奖单位：合肥工业大学

获 奖 者：姚恽、章宇驰、李浩宇

指导教师：贾兆丽、谭常春

中国统计教育学会

教育部高等学校统计类
专业教学指导委员会
北京大学（代章）
二〇二二年八月

证书编号：202201C0101

为表彰在2022年（第八届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：三等奖

组　　别：本科生组

获奖单位：合肥工业大学

获 奖 者：王晨、刘江鹏、赵雪纯

指导教师：汪峻萍、熊莲花

中国统计教育学会

教育部高等学校统计类
专业教学指导委员会
北京大学（代章）
二〇二二年八月

证书编号：202201C0103

为表彰在2022年（第八届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：三等奖

组　　别：本科生组

获奖单位：合肥工业大学

获 奖 者：马欣洋、吴珊珊、王敬祺

指导教师：俞童慧、贾兆丽

中国统计教育学会

教育部高等学校统计类专业教学指导委员会
北京大学（代章）
二〇二二年八月

证书编号：202201C0104

为表彰在2022年（第八届）全国大学生统计建模大赛中取得优异成绩的参赛队员，特颁发此证书，以资鼓励。

全国大学生统计建模大赛

获奖证书

获奖等级：三等奖

组　　别：本科生组

获奖单位：合肥工业大学

获 奖 者：李佳琦、武笛、严探

指导教师：姚梅、曹丽

中国统计教育学会

教育部高等学校统计类专业教学指导委员会
北京大学（代章）
二〇二二年八月

证书编号：202201C0105

5.2 “三大赛”获奖证书

2022-2025 年“三大赛”获奖数量情况

“三大赛”获奖情况（2022-2025）						
竞赛名称	年份	届数	国家级			
			最高等级奖	第二等级奖	第三等级奖	第四等级奖
“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛（国赛特等、一等、二等、三等）	2023	第十八届	1	0	1	5
	2024	第十九届	0	1	0	2
“大挑”总计			1	1	1	7
“创青春”中国大学生创业计划竞赛（金、银、铜）	2022	第十三届	1	1	2	/
	2024	第十四届	1	2	4	/
“创青春”总计			2	3	6	/
中国国际大学生创新大赛（金、银、铜）（原中国国际“互联网+”大学生创新创业大赛）	2022	第八届	1	4	3	/
	2023	第九届	0	5	5	/
	2024	第十届	0	2	8	/
	2025	第十一届	2	2	6	
“互联网+”总计			3	13	22	/
总计			6	17	29	

（截图来自于合肥工业大学教务处）

经过数学竞赛孵化，学生在“创新大赛”“挑战杯”“创青春”三大赛中取得优异成绩，2023-2025 年学生直接参与三大赛 20 余人次，获奖证书如下：

获奖证书

合肥工业大学

来欣宇、孙 宇、程诗雅、吴丹丹、杨濮硕、蒋 锐、景 淅、郝聪颖：

你（们）的作品《励磁肝癌血管栓塞剂——为肝移植患者生命续航》在第十九届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛中荣获

一等奖

指导教师：陆 杨、闫 旭、宋永红

编号：2025-TZB19-MA10158H-E1DCB2

特颁此证，以兹鼓励

主办单位：共青团中央、中国科协、教 育 部、中国社科院
中国工程院、全国学联、江苏省人民政府

第十九届“挑战杯”全国大学生
课外学术科技作品竞赛
全国组织委员会
二〇二五年十一月

获奖证书

合肥工业大学

孟禹彤、卜令丽、吴春晓、赵锦阳、赵仕宇、陈浩然、张志豪、胡圩中：

你（们）的作品《点一盏灯，照一片天：青年“乡村 CEO”何以赋能乡村高质量发展——基于 5 省 14 市 438 个村落的深度调研》在第十九届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛中荣获

一等奖

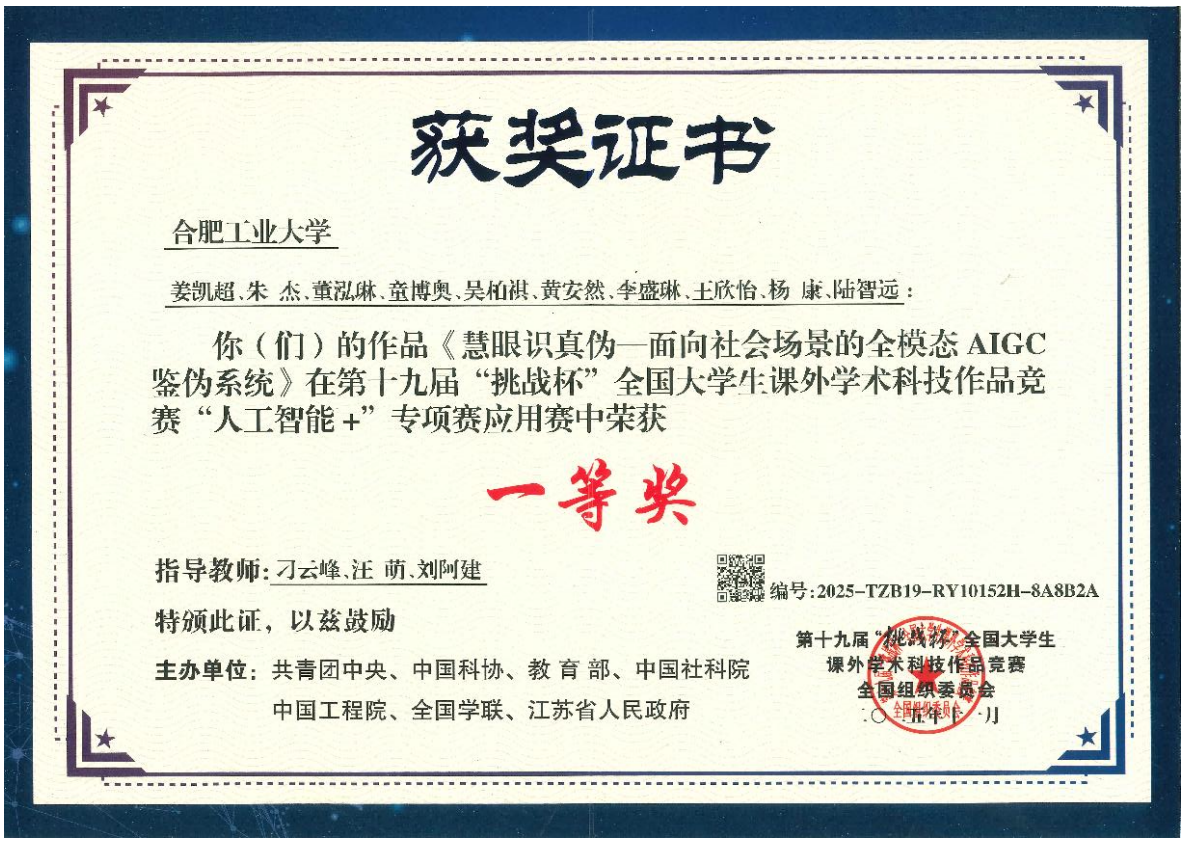
指导教师：武国剑、杨乾坤、李 雪

编号：2025-TZB19-MA10212H-0F78BB

特颁此证，以兹鼓励

主办单位：共青团中央、中国科协、教 育 部、中国社科院
中国工程院、全国学联、江苏省人民政府

第十九届“挑战杯”全国大学生
课外学术科技作品竞赛
全国组织委员会
二〇二五年十一月



获奖证书

合肥工业大学

姜凯超、朱 杰、董泓琳、童博奥、吴柏淇、黄安然、李盛琳、王欣怡、杨 康、陆智远：

你（们）的作品《慧眼识真伪—面向社会场景的全模态 AIGC 鉴伪系统》在第十九届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛“人工智能+”专项赛应用赛中荣获

一等奖

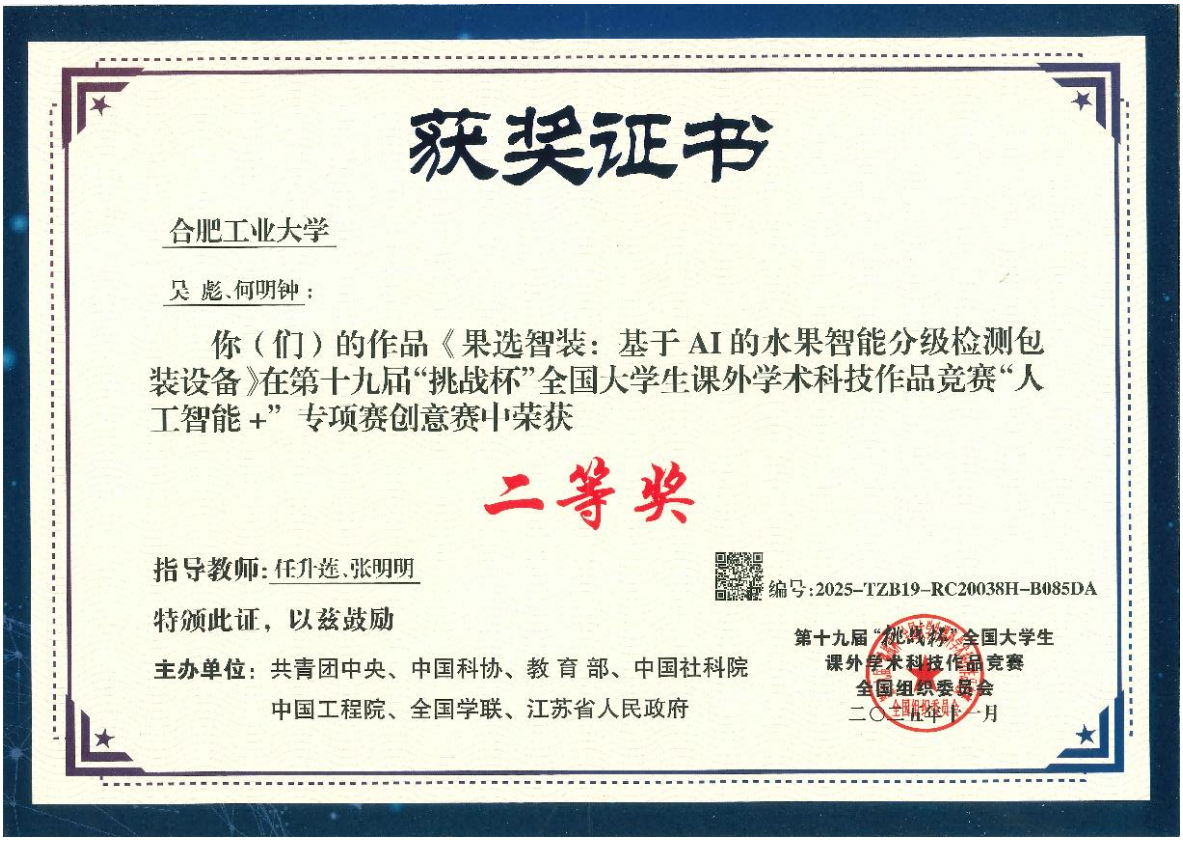
指导教师：刁云峰、汪 萌、刘阿建

编号：2025-TZB19-RY10152H-8A8B2A

特颁此证，以兹鼓励

主办单位：共青团中央、中国科协、教 育 部、中国社科院
中国工程院、全国学联、江苏省人民政府

第十九届“挑战杯”全国大学生
课外学术科技作品竞赛
全国组织委员会
二〇二五年十一月



获奖证书

合肥工业大学

吴 彪、何明钟：

你（们）的作品《果选智装：基于 AI 的水果智能分级检测包装设备》在第十九届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛“人工智能+”专项赛创意赛中荣获

二等奖

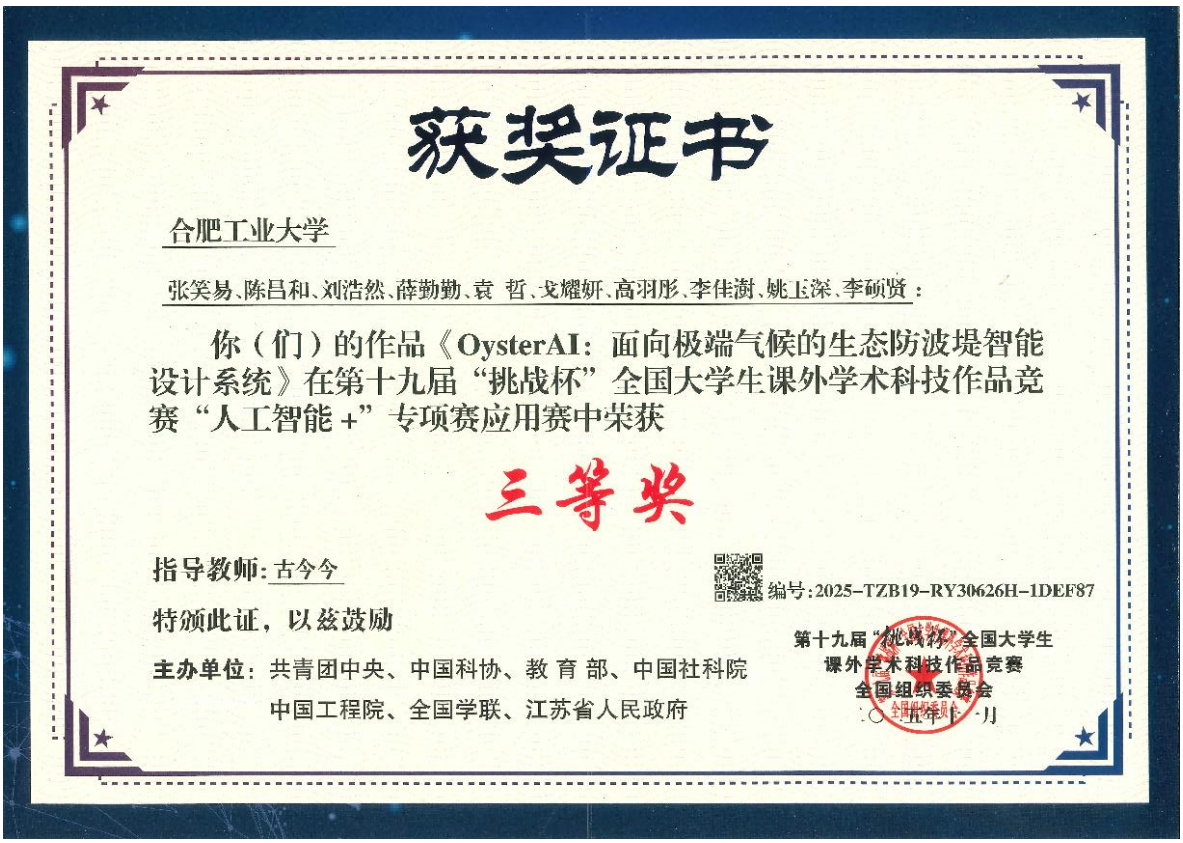
指导教师：任升莲、张明明

编号：2025-TZB19-RC20038H-B085DA

特颁此证，以兹鼓励

主办单位：共青团中央、中国科协、教 育 部、中国社科院
中国工程院、全国学联、江苏省人民政府

第十九届“挑战杯”全国大学生
课外学术科技作品竞赛
全国组织委员会
二〇二五年十一月



获奖证书

合肥工业大学

张笑易、陈昌和、刘浩然、薛勤勤、袁 哲、戈耀妍、高羽彤、李佳澍、姚玉深、李硕贤：

你（们）的作品《OysterAI：面向极端气候的生态防波堤智能设计系统》在第十九届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛“人工智能+”专项赛应用赛中荣获

三等奖

指导教师：古今今

编号：2025-TZB19-RY30626H-1DEF87

特颁此证，以兹鼓励

主办单位：共青团中央、中国科协、教育部、中国社科院
中国工程院、全国学联、江苏省人民政府

第十九届“挑战杯”全国大学生
课外学术科技作品竞赛
全国组织委员会
二〇二五年十一月

获奖证书

合肥工业大学

何明钟、吴 彪：

你（们）的作品《净航先锋—GAN与SIFT驱动的智能巡航与清洁系统》在第十九届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛“人工智能+”专项赛创意赛中荣获

三等奖

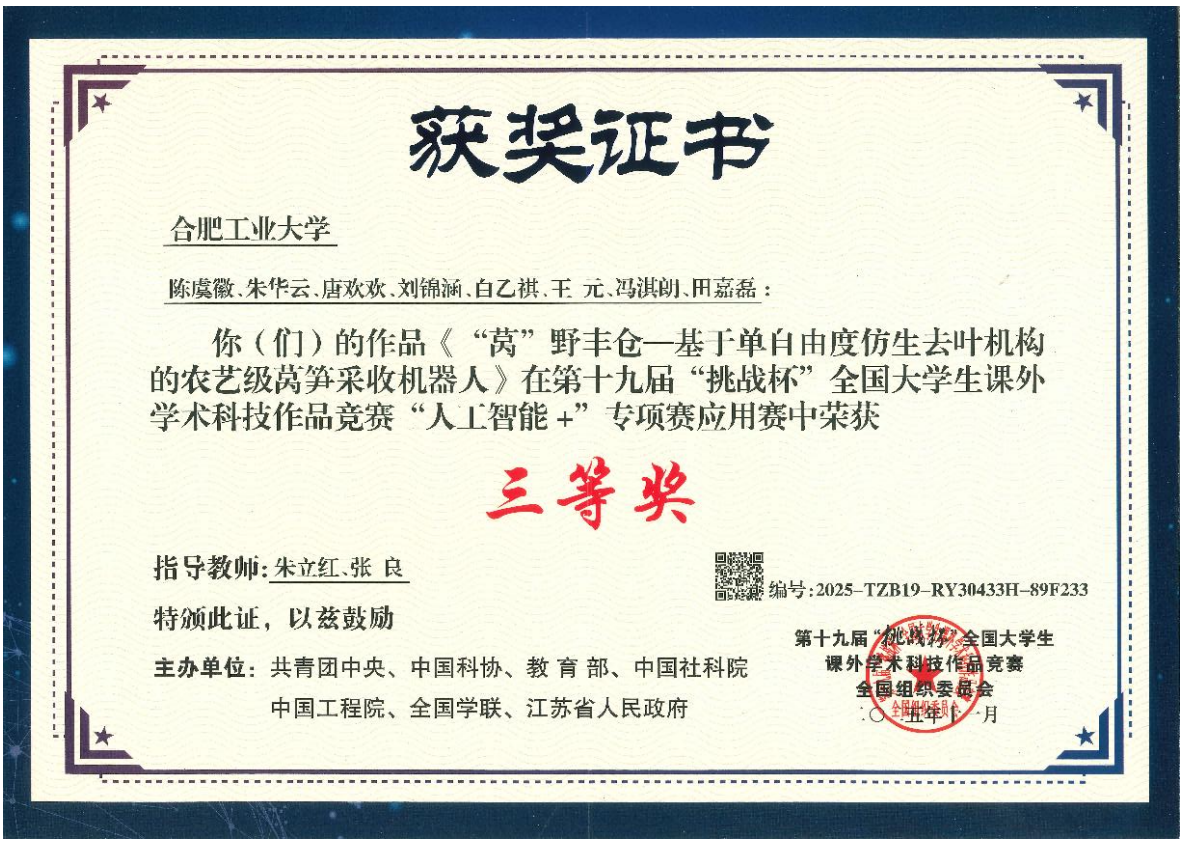
指导教师：王安宁

编号：2025-TZB19-RC30085H-97BB19

特颁此证，以兹鼓励

主办单位：共青团中央、中国科协、教育部、中国社科院
中国工程院、全国学联、江苏省人民政府

第十九届“挑战杯”全国大学生
课外学术科技作品竞赛
全国组织委员会
二〇二五年十一月



获奖证书

合肥工业大学

陈虞徽、朱华云、唐欢欢、刘锦涵、白乙祺、王 元、冯淇朗、田嘉磊：

你（们）的作品《“莴”野丰仓—基于单自由度仿生去叶机构的农艺级莴笋采收机器人》在第十九届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛“人工智能+”专项赛应用赛中荣获

三等奖

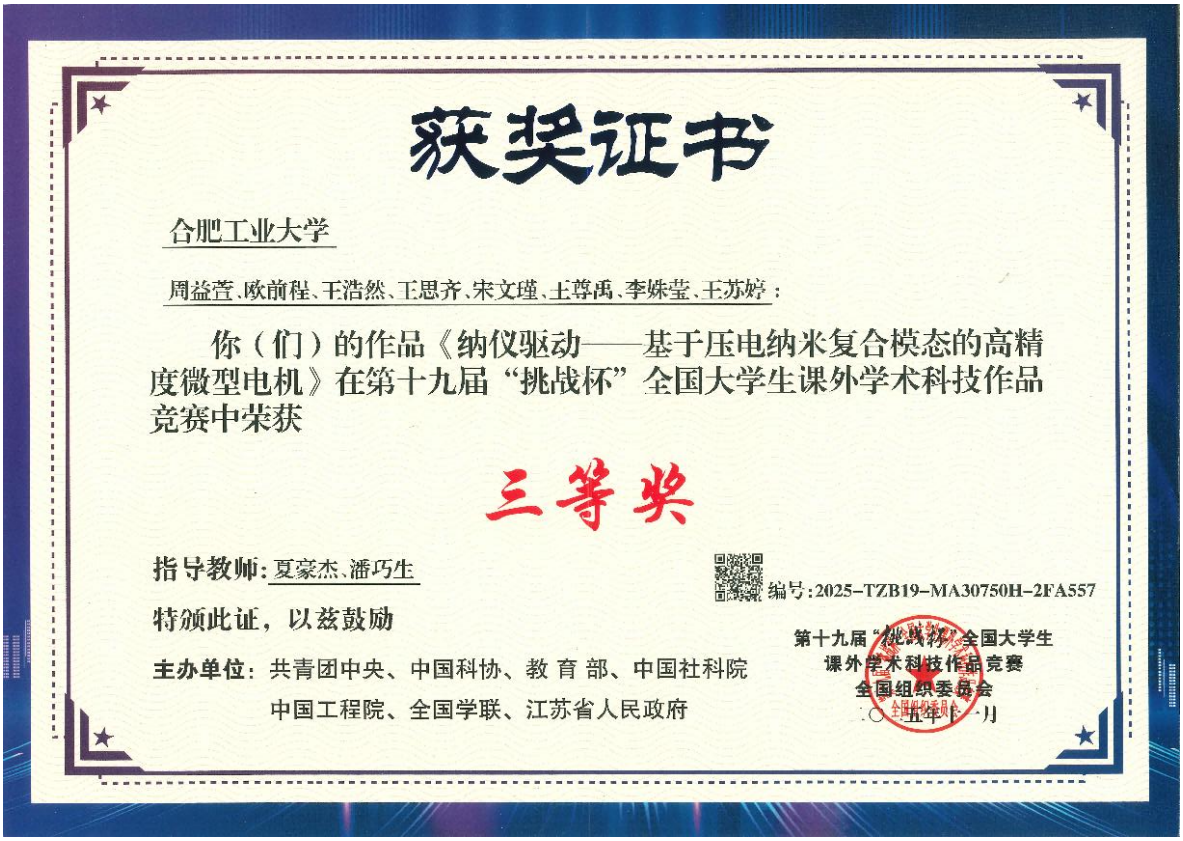
指导教师：朱立红、张 良

编号：2025-TZB19-RY30433H-89F233

特颁此证，以兹鼓励

主办单位：共青团中央、中国科协、教育部、中国社科院
中国工程院、全国学联、江苏省人民政府

第十九届“挑战杯”全国大学生
课外学术科技作品竞赛
全国组织委员会
二〇二五年十一月



获奖证书

合肥工业大学

周益莹、欧前程、王浩然、王思齐、宋文瑾、王尊禹、李姝莹、王苏婷：

你（们）的作品《纳仪驱动——基于压电纳米复合模态的高精度微型电机》在第十九届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛中荣获

三等奖

指导教师：夏豪杰、潘巧生

编号：2025-TZB19-MA30750H-2FA557

特颁此证，以兹鼓励

主办单位：共青团中央、中国科协、教育部、中国社科院
中国工程院、全国学联、江苏省人民政府

第十九届“挑战杯”全国大学生
课外学术科技作品竞赛
全国组织委员会
二〇二五年十一月

获奖证书

合肥工业大学

周益萱、欧前程、王浩然、王思齐、宋文瑾、王尊禹、李姝莹、王苏婷：

你（们）的作品《纳仪驱动——基于压电纳米复合模态的高精度微型电机》在第十九届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛中荣获

三等奖

指导教师：夏豪杰、潘巧生

编号：2025-TZB19-MA30750H-2FA557

特颁此证，以兹鼓励

主办单位：共青团中央、中国科协、教育部、中国社科院
中国工程院、全国学联、江苏省人民政府

第十九届“挑战杯”全国大学生
课外学术科技作品竞赛
全国组织委员会
二〇二五年十一月

获奖证书

合肥工业大学

张博然、王立强、张烨丹、崔家俊、田 浩、吴友倩、姜奕先、李佳峻：

你（们）的作品《新涂科技——革新喷涂技术，助力中国智造》在第十九届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛中荣获

三等奖

指导教师：袁 峰、陈文娟、邓怡颖

编号：2025-TZB19-MA31128H-32ADD7

特颁此证，以兹鼓励

主办单位：共青团中央、中国科协、教育部、中国社科院
中国工程院、全国学联、江苏省人民政府

第十九届“挑战杯”全国大学生
课外学术科技作品竞赛
全国组织委员会
二〇二五年十一月

获奖证书

李骁龙、仲诗淇、刘志强、黄心仪、陈 晨、谷 晨、章晋文、占 盼、蔡鹏程、陈振华

你（们）的作品《基于锑基半导体单晶的极弱光电探测器》在第十九届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛2025年度中国青年科技创新“揭榜挂帅”擂台赛中荣获

优胜奖

参赛单位：合肥工业大学

指导教师：刘节华

编号：2025-TZB19-JB62224H-475929

特颁此证，以兹鼓励

主办单位：共青团中央、中国科协、教育部、中国社科院
中国工程院、全国学联、江苏省人民政府

第十九届“挑战杯”全国大学生
课外学术科技作品竞赛
全国组织委员会
二〇二五年十一月

获奖证书

CERTIFICATE OF AWARD

作品名称：基于乡村振兴的创新创业项目研究

在中国国际大学生创新大赛（2023）中荣获铜奖

参赛学生：陈广锐、赵骋昊、李金珂、李天策、汤欢、邹丽媛、高文桓

指导教师：丁涛、但泱泱、吴华清、孙彩霞、王海涛

主办单位：
教育部、中央统战部、中央网信办、国家发展改革委、工业和信息化部、人力资源社会保障部、农业农村部、中国科学院、中国工程院、国家知识产权局、国家乡村振兴局、共青团中央、天津市人民政府

中国国际大学生创新大赛组委会
二〇二三年十二月
证书编号：20230234C

获奖证书

CERTIFICATE OF AWARD

作品名称：灵心智能·情感智脑——全球领先的情感计算技术服务商

在中国国际大学生创新大赛（2023）中荣获铜奖

参赛学生：崔丰麒、崔佳东、席和、卢凯航、丁凯旋、李铭赫、吴昇玥、王绍竹、蔡骐璠、孙炜彬、杜嘉程、颜鑫、王鑫、李诗瑶、吴松灿

指导教师：孙晓、汪萌、凤维杰、段章领、杨宏彬

主办单位：
教育部、中央统战部、中央网信办、国家发展改革委、工业和信息化部、人力资源社会保障部、农业农村部、中国科学院、中国工程院、国家知识产权局、国家乡村振兴局、共青团中央、天津市人民政府

中国国际大学生创新大赛组委会
二〇二三年十二月
证书编号：20231189Z

获奖证书

CERTIFICATE OF AWARD

作品名称：中粮兴农—为解决农业粮食烘干贡献中国方案

在中国国际大学生创新大赛（2023）中荣获银奖

参赛学生：严泽、王家杰、张一鸣、阮业成、刘孜、雷格平、黄宇冲、严海娟、邓玉和、郑子扬、唐琇娟、张子隽、郑龙晖、张安、陈明刘

指导教师：马培勇、訾斌、祁风雷、许华建、吴炜、盛义保、梅启梦、夏莹、陈球胜、谢尚臻、刘小好、刁瑞

主办单位：
教育部、中央统战部、中央网信办、国家发展改革委、工业和信息化部、人力资源社会保障部、农业农村部、中国科学院、中国工程院、国家知识产权局、国家乡村振兴局、共青团中央、天津市人民政府

中国国际大学生创新大赛组委会
二〇二三年十二月
证书编号：20230104H

5.3 国家级大学生创新创业项目

近四年课程教学团队指导“理工融合”国家级大学生创新创业项目

年份	项目名称	指导教师	学生姓名
2022	基于半张量积方法的学习行为下的贝叶斯博弈研究	李露露	吴越
2022	基于残差网络与多尺度的单幅图像超分辨率重建方法研究	何蕾	刘毅
2022	一类分数阶微分系统的有限时间稳定性研究	马力	张薇
2023	基于函数型数据分析的教育测评认知诊断方法及应用	凌能祥	边钰琦
2023	基于时变过程的金融衍生物的定价问题研究	贾兆丽 刘源	秦致远
2023	量化反馈系统的稳定性分析与控制	李露露	林雨阳
2024	基于 VIO 的多传感器融合的室内定位与导航	张莉	张志函
2024	基于 SfM 的视频 3D 对象识别和重建研究	邢燕	刘双冠
2024	分数阶差分系统的分形维数的研究	马力	周燕平
2025	基于马尔可夫链的概率布尔网络镇定策略研究	李露露	葛怡蕊
2025	基于高斯方法的高精度图像三维重建	邢燕	呼建睿
2025	手语虚拟人	王青山	王舒涵

6. 教研成果

团队持续开展教学研究，主持各省级及以上类教改项目 **48** 余项，围绕大学数学课程教学改革、试题竞赛研究、数字教材建设及课程思政融入等方向开展系统性教研探索，在 **2016-2025** 年期间发表 **81** 篇教学论文.

6.1 教研项目清单

年份	级别	项目类型	项目名称	主持人
2025	省级	全国高等学校教学研究中心专项项目	AI 赋能背景下全场景《高等数学》数字教材应用模式构建与实践研究	张莉
2025	省级	教育部教学指导委员会教育教学改革研究项目	AI 工具赋能高等数学的应用实践研究	张莉
2025	省级	教育部教学指导委员会教育教学改革研究项目	高等数学新形态教材的范式与应用研究	朱士信
2025	省级	教学研究项目	数智融合，打造新工科大学数学 AI 赋能教学新体系	彭凯军
2025	国家级	教育部教学指导委员会教育教学改革研究项目	高等数学（下）知识库构建	熊莲花
2024	省级	“AI＋ 教育”课程	高等数学	张莉
2024	省级	“AI＋ 教育”课程	线性代数	彭凯军
2024	省级	教学研究项目	数智时代下概率论与数理统计课程的智慧教学探索与研究	江慧

2024	省级	教学研究项目	数学学科本科生国际化培养的探索与实践	檀结庆
2024	省级	教学研究项目	人工智能赋能线性代数数字教材中的案例探索与实践	李东伟
2024	国家级	教育部教学指导委员会教育教学改革研究项目	科学家精神融入大学数学教学改革 —— 以科学家王元为例	彭凯军
2023	省级	规划教材	概率论与数理统计	宁荣健
2023	省级	课程思政示范课程（本科）	高等数学	彭凯军
2022	省级	教学创新团队	大学数学教学创新团队	张莉
2023	省级	教学研究项目	“问题驱动 + 智慧课堂” 模式在概率统计教学中的探索与研究	涂振坤
2022	省级	教学研究项目	新工科背景下大学公共数学课教学改革的探索与实践	刘可为
2022	省级	教学研究项目	科技创新政策为导向的新工科人才数学通识教育改革	王晓莉
2022	省级	教学研究项目	智慧课堂环境下任务驱动式教学模式在复变函数与积分变换中的探索与实践	袁志杰
2021	省级	教学研究项目	“主题情景教学” 模式下智慧互动实践教学	段传庆
2021	省级	虚拟教研室	高等数学虚拟教研室	张莉

2021	省级	教学研究项目	基于实际应用的工科数学智慧教学的研究与实践	赵德勤
2020	省级	省级教学团队（原教学团队）	数值分析教学团队	檀结庆
2020	省级	线上线下混合式课程	高等数学	张莉
2020	省级	教学研究项目	问题驱动下的线性代数教学模式与评价研究	郭庆
2020	省级	教学研究项目	创新能力培养视角下的数学建模课程教学改革与实践研究	苏敏
2020	省级	课程思政建设研究项目	新工科背景下高等数学课程思政的改革和建设	彭凯军
2020	省级	重大线上教学改革研究项目	打造动静结合的大学数学线上教学	张莉
2019	省级	校企合作实践教育基地	合肥工业大学苏州高博应诺信息科技有限公司实践教育基地	张莉
2019	省级	教学研究项目	“对分课堂” 教学模式在实用回归分析课程教学中的应用研究	姚梅
2018	省级	智慧课堂	高等数学	张莉
2018	省级	教学研究项目	《概率论与数理统计》课程混合式教学模式改革实践	熊莲花
2017	省级	线上课程（原MOOC）	高等数学	朱士信
2017	省级	教学研究项目	在线课程下的高等数学测试题的研究与建设	钱开燕

2017	省级	教学研究项目	基于能力导向一体化的高等数学双语课程的探索与实践	张莉
2016	省级	自主设置项目	基于能力导向一体化的高等数学课程优化建设	张莉、邓斌
2016	省级	自主设置项目	线性代数	戴习民
2016	省级	自主设置项目	概率论与数理统计	田可雷
2015	省级	重大教学改革研究项目	基于卓越工程师教育培养计划 《线性代数》课程的集成创新建设	唐烁
2015	省级	教学研究项目	多校区异地办学模式下工科数学基础课教学体系与模式的改革与实践 --- 以合肥工业大学宣城校区为例	刘植
2015	省级	精品开放课程	高等代数	刘丽
2014	省级	重大教学改革研究项目	高等数学课程的集成创新建设	朱士信
2014	省级	教学研究项目	从应用数学向数学应用转变的数学类专业人才培养体系的研究与实践	朱晓临
2013	省级	规划教材	基于 “卓越工程师教育培养计划” 的公共数学基础课系列教材 -- 高等数学（上下）、线性代数、概率论与数理统计	唐烁
2013	省级	规划教材	数值分析	朱晓临

2013	省级	重大教学改革研究项目	构建数学类专业 “双核”人才培养体系的理论与实践研究	郭清伟
2010	省级	教学研究项目	信息与计算科学专业核心课程的改革与实践	朱晓临
2010	省级	教学研究项目	数学专业 3+X 人才培养模式的探讨	殷明
2010	省级	教学研究项目	基于高中课改形势下的大学数学教育改革 提高工科大学数学的教学质量	杨志林

6.2 教学论文清单

[1] 时军,檀结庆,张莉. 关于多项式函数的一个定理的推广[J]. 大学数学, 2026, 42(2):83-86.

[2] 邵虎, 邵枫, 朱士信. 基于人工智能辅助大学数学公共基础课教学内容改革实践与探索[J]. 大学数学, 2025, 41(3): 26-31.

[3] 唐烁, 王旭辉. 一道第七十六届 William Lowell Putnam 数学竞赛题的推广[J].大学数学,2025, 41(4): 77-85.

[4] 黄华, 方文波, 孙玉琴, 张东培. 虚拟教研室背景下高等数学数字教材建设的探索与实践[J]. 教育信息化论坛, 2025, 4: 19-21.

[5] 方文波, 孙玉琴, 黄华. 大学数学共建共享虚拟教研室建设的探索与实践[J]. 大学数学,2025, 41(4): 24-28.

[6] 康婷, 徐刚刚, 张宁, 黄华. “高等数学”课程案例式教学的改革与实践[J].科技风, 2025, 1:111-113.

[7] 夏娜, 储文静, 汪萌, 年永琪, 洪日昌, 张海林, 万家山. 实践教学资源“包干到户”的创新创业人才培养模式探究[J]. 创新创业理论研究与实践, 2024, 7(11): 121-124+134.

[8] 李东伟, 宁荣健. 浅谈向量组秩的稳定性[J]. 大学数学, 2024, 40(6): 76-80.

[9] 韩云瑞, 唐烁, 周友洲, 张莉. 探究微积分—让知识成为智慧[J]. 大学数学, 2024, 40(5):1-7.

[10] 王晓莉, 宁荣健. 浅谈对高等数学中微元及其辩证思想的一点认识[J]. 大学数学, 2024, 40(6): 57-62.

[11] 李东伟, 宁荣健. 浅谈方阵及其转置矩阵的特征向量之间的关系[J]. 大学数学, 2024, 40(5): 55-60.

[12] 王飞, 黄华, 阿布力米提·孜克力亚. 第十四届大学生数学竞赛两道试题的探讨[J]. 高等数学研究, 2024, 27(3): 1-2.

[13] 黄华, 王飞. 协同育人背景下数学与应用数学专业实习基地建设的探索与思考[J]. 大学,2024, 5: 105-108.

[14] 涂振坤, 宁荣健, 周江涛. 等价无穷小的若干性质[J]. 大学数学, 2024, 40(5): 74-80.

[15] 涂振坤, 宁荣健. 二维曲线型随机变量函数概率分布的计算[J]. 高师理科学刊, 2024, 44(11): 77-80.

[16] 周江涛. 两道试题的一般形式[J]. 高等数学研究, 2024, 27(6): 8+48.

[17] 袁志杰, 张神星. 复变函数在不同圆环域内洛朗展开的探究[J]. 南阳师范学院学报, 2024, 23(3): 38-41.

[18] 江慧, 咸怡帆, 于春华. 基于课程思政的贝叶斯公式案例式教学探索[J]. 大学数学, 2024, 40(6):41-46.

[19] 涂振坤, 时军. 推广的中值定理再推广的一个注记[J]. 大学数学, 2024, 40(06): 92-97.

[20] 丁尚文. 环状面物体侧面积和体积的计算[J]. 大学数学, 2024, 40(5): 100-107.

[21] 丁尚文, 段传庆. 重要极限证明的新方法[J]. 高等数学研究, 2024, 27(5): 32-34.

[22] 彭凯军, 苏灿荣. 差分方程在解竞赛题中的应用[J]. 高等数学研究, 2023, 26(03): 61-63.

[23] 郭庆. 基于课程成绩的粗糙集教学评价—以线性代数为例[J]. 大学数学, 2023, 39(2):57-60.

[24] 涂振坤, 贾兆丽, 宁荣健. 二维曲线型随机变量函数的概率分布[J]. 大学数学, 2023, 39(5): 62-67.

[25] 刘可为. 实矩阵次合同的条件[J]. 大学数学, 2023, 39(6): 71-76.

[26] 丁尚文,宁荣健. 二维连续型随机变量函数的独立性探讨[J]. 大学数学, 2023, 39(5): 90-97.

[27] 丁尚文. 混合式下的高等数学课堂教学探索与实践[J]. 大学数学, 2023, 39(4): 51-59.

[28] 唐烁, 刘俊, 杨威. 一道全国大学生数学竞赛决赛试题的推广[J]. 大学数学 2022, 38(5):98-100.

[29] 李华冰, 宁荣健. 上阶外微分与广义斯托克斯公式的逆向思维[J]. 大学数学, 2022, 38(6):106-115.

[30] 赵德勤, 宁荣健. 二维连续型随机变量的条件概率的计算[J]. 大学数学, 2022, 38(2):83-88.

[31] 刘可为, 宁荣健. 由一道考研题引起的对随机变量独立性的探讨[J]. 大学数学, 2022, 38(6): 84-89.

[32] 黄华, 王飞, 宋艳萍, 徐刚刚. 基于“项目驱动+以赛促学”教学模式的数学建模教学探索与实践[J]. 高教学刊, 2022, 8(17): 108-111.

[33] 黄华, 宋艳萍, 努尔古丽·艾力. “双万计划”背景下地方高校大学数学“金课”建设路径研究与探索[J]. 黑龙江教育(高教研究与评估), 2022, 6: 49-51.

[34] 吕军, 库福立, 黄华. 考研数学背景下行列式计算的归纳解析[J]. 数理化解题研究,2022, 27: 35-37.

[35] 丁尚文. 一般旋转曲面方程研究[J]. 浙江大学学报(理学版),

2022, 49(6): 651-656+681.

[36] 唐烁, 王旭辉. 一类级数的求和[J]. 大学数学, 2021, 37(5): 84-89.

[37] Ning R J , Liu X Y , Liu Z .Conversion calculation method of multivariate integrals[J].AIMS Mathematics, 2021, 6(3):3009-3024.

[38] 赵小文, 宁荣健, 张莉. 基于条件极值的研究式教学设计谈大学生创新思维和科研能力的培养[J]. 大学数学, 2021, 37(5): 113-119.

[39] 苏灿荣, 周玲. 一类级数求和问题推广的再讨论[J]. 大学数学, 2021, 37(5): 109-112.

[40] 黄华, 毛绪平, 张瑜, 阿布力米提•孜克力亚. 高等数学教育教学的“第一公里”问题研究—基于问卷调查的统计分析[J]. 高教学刊, 2021, 7(36): 69-72+79.

[41] 刘植, 王青山, 陈晓彦. 基于平均数的椭圆周长近似公式[J].大学数学, 2021, 37(5): 99-103.

[42] 王飞, 黄华. 对大学生数学竞赛试题价值的一些思考[J]. 科教文汇(上旬刊), 2021, 22:86-88.

[43] 吴月旺, 唐烁. 五点二重融合型细分法[J]. 大学数学, 2020, 36(3): 1-7.

[44] 宁荣健, 钱泽平. 概率论中的分步计算探讨[J]. 大学数学, 2020, 36(4): 87-96.

[45] 宁荣健, 周玲. 曲面积分参数方程计算方法的若干注记[J]. 大学数学, 2020, 36(5):67-72.

[46] 时军, 苏化明. 关于三角形的一个不等式链[J]. 数学通报, 2020, 59(6): 61-63.

[47] 彭凯军, 宁荣健. 抽象幂级数收敛半径的若干求法[J]. 高等数学研究, 2020, 23(3): 20+46.

[48] 张瑜, 黄华, 李新鹏. 融入思想政治元素的《概率论与数理统计》课程教学设计案例分析[J]. 产业与科技论坛, 2020, 19(16): 212-213.

[49] 唐烁, 蒋哲远. 一道全国大学生数学竞赛题的推广[J]. 大学数学, 2019, 35(4): 54-57.

[50] 唐烁, 张莉, 张瑞丰. 一道数学竞赛题的讨论[J]. 大学数学, 2019, 35(1): 57-60.

[51] 唐烁, 王旭辉. 一道美国大学生数学竞赛题的一般形式及其应用[J]. 大学数学, 2019, 35(2): 59-61.

[52] 钱开燕, 宁荣健. 概率论中常见分布之间内在联系的探讨[J]. 大学数学, 2019, 35(6): 58-62.

[53] 郭庆. 教学评价中的多粒度粗糙集方法研究[J]. 大学数学, 2019, 35(4): 64-69.

[54] 陈晓彦, 刘植. 椭圆周长公式的注记[J]. 大学数学, 2019, 35(5): 95-101.

[55] 段传庆. 模糊环境下的教学评估模型[J]. 大学数学, 2019, 35(4): 89-93.

[56] 丁尚文, 郭清伟, 陈琳.关于旋度公式的推导方法[J]. 中国教育技术装备, 2019, 18: 98-101.

[57] 熊莲花, 刘可为. 《概率论与数理统计》通识课程建设与思考[J]. 大学数学, 2018, 34(6):24-29.

[58] 曹丽, 张莉. 基于 R 的概率统计直观教学展示[J]. 大学数学,

2017, 33(4): 86-89.

[59] 王青山, 王琦, 王晓莉, 刘植. 科研实验能力导向的数学实验实践与探索[J]. 高等数学研究, 2018, 21(4): 106-108.

[60] 唐烁, 夏成林, 于莉. 几道大学生数学竞赛题的注记[J]. 大学数学, 2017, 33(5): 49-51.

[61] 彭凯军,张明亮,蔡有成,等.基于中心极限定理的信源序列的霍夫曼编码方法[J].大学数学, 2017, 33(5):28-33.

[62] 唐烁, 时军, 陈晓彦. 一道数学竞赛题的探讨与引申[J]. 大学数学, 2017, 33(4): 60-65.

[63] 宁荣健,时军. n 阶常系数线性微分方程和 n 阶欧拉方程的积分因子解法[J]. 大学数学, 2017, 33(5): 44-48.

[64] 宁荣健, 周江涛. 曲面积分的换元法[J]. 大学数学, 2017, 33(2): 73-78.

[65] 熊莲花, 于春华, 袁革《. 概率论与数理统计》课程的“慕课”建设探讨[J]. 大学数学, 2017,33(5): 39-43.

[66] 周江涛, 孙胜先. 二阶非对称实矩阵合同的充要条件[J]. 大学数学, 2017, 33(5): 52-55.

[67] 杨威, 赵德勤. 一道数学考研试题的改进与证明[J]. 大学数学, 2017, 33(4): 100-103.

[68] 周玲, 宁荣健. 一道高等数学竞赛试题的推广[J]. 大学数学, 2017, 33(3): 111-113.

[69] 于春华, 夏娜, 朱晓临. 数学青年教师教学竞赛中的教学设计—以概率论与数理统计为例[J]. 大学数学, 2017, 33(6): 37-41.

[70] 于春华, 杨志林. 一道数学竞赛题的推广及证明[J]. 高等数学研

究, 2017, 20(6): 40-41.

[71] 黄华, 宋艳萍, 努尔古丽·艾力, 张瑜, 李新鹏. 基于移动信息平台的研究生应用概率统计优质课程建设[J]. 高师理科学刊, 2017, 37(11): 71-75.

[72] 戴习民, 陈晓彦, 郭庆. 一道全国研究生入学考试数学试题的讨论[J].大学数学, 2017, 33(6): 110-114.

[73] 唐烁, 苏化明. 函数之间的类比[J]. 大学数学, 2016, 32(2): 68-72.

[74] 时军, 唐烁, 刘植. 一道美国大学生数学竞赛题的讨论[J]. 大学数学, 2016, 32(3): 83-85.

[75] 宁荣健, 彭凯军. 曲线积分的换元法[J]. 大学数学, 2016, 32(4): 62-67.

[76] 夏娜, 蒋建国, 于春华, 齐美彬.大学考试和实践教学协同有效性研究[J]. 计算机教育,2016, 5: 155-158.

[77] 戴习民, 朱晓临, 张仁琼. 球缺体积公式的多种证明[J]. 大学数学, 2016, 32(2): 100-101.

[78] 孙胜先. 某些积分的方程(组)解法[J]. 高等数学研究, 2016, 19(2): 45-47+50.

[79] 刘植, 江顺利, 朱晓临, 陈晓彦, 时军. 第一类曲面积分的一类特殊解法[J]. 高等数学研究, 2016, 19(2): 24-26.

[80] 苏灿荣, 禹春福, 周玲. 一道全国大学生数学竞赛题的推广[J].大学数学, 2016, 32(5): 109-111.

[81] 杨威. 一道数学竞赛题的证明、应用与推广[J]. 大学数学, 2016, 32(5): 112-115.

7. 媒体报道

- **2026 年 6 月 3 日 学习强国**

学习强国
中共中央宣传部“学习强国”学习平台
打开

合肥工业大学：数学学院人才培养札记

地方平台发布内容

安徽学习平台
2026-06-03
+订阅

作者：张秀明

在新工科建设浪潮中，安徽省合肥工业大学数学学院正完成从“知识传授者”向“创新生态深耕者”的关键转型。学院围绕“入口”端的早期人才培养与“出口”端的就业竞争力塑造，构建起贯通中学与大学、融合教学与科研的全新育人体系，为培养具有深厚数理功底和跨界创新能力的新工科人才提供坚实支撑。

- **2026 年 6 月 1 日未来网**

未来网
WWW.K618.CN

首页>新闻>媒体推荐

从“知识传授者”到“创新策源地”：合肥工业大学数学学院以数学之力铸就新工科人才核心竞争力

2026-06-01 14:34:47　　来源：未来网

在人工智能、高端装备制造、新一代信息技术等国家战略领域快速迭代的今天，什么才是大学生未来几十年不可替代的核心竞争力？合肥工业大学数学学院的回答是：扎实的数学底子与跨界创新能力。

作为一所传统工科强校的基础学院，合肥工业大学数学学院正以一场从“入口”到“出口”的全链条育人变革，重新定义数学在新工科建设

- **2025 年 9 月 4 日 教育家精神万里行**

人民网+ 打开

教育家精神万里行丨朱士信：躬耕教坛“大先生” 为人师表 言行世范

“人民网+”客户端 2025-09-04 11:53 116.4万

朱士信，合肥工业大学数学学院教授，享受国务院特殊贡献津贴，2024年全国模范教师。

躬耕教坛三十余载，朱士信用严谨的治学态度和生动的教学方法，点燃了无数学子对数学的热爱。他是学生心灵的引路人，关心每一位学生的成长，资助困难学生完成学业，用爱心和责任赢得了学生的尊敬与爱戴。他坚持以学生为本，把站好讲台当作教学的核心要义，将最前沿的科研成果融入课堂，为学生拓宽视野、启迪思维。他潜心钻研教学理论，摸索高等数学教学规律，创新教学方法，不断提高课堂的理论深度。

朱士信说，“教”是教会学生学知识和学知识的方法，培养学生综合能力，“师”是用言行向学生展示对事业的态度和做人的道理。

责编：黄晓莹

- **2024 年 9 月 10 日 教育家精神万里行丨朱士信：躬耕教坛“大先生” 为人师表 言行世范**

登录

中共安徽省委教育工委
安 徽 省 教 育 厅
http://jyt.ah.gov.cn/

长辈版 无障碍

首页 | 委厅领导 | 职能部门 | 新闻中心 | 信息公开 | 院事通办 | 互动交流 | 数据服务

首页 > 新闻中心 > 教育要闻

2024年度全国模范教师 合肥工业大学数学学院教师朱士信：做言为士则、行为世范的“大先生”

阅读次数：4613 来源：省教育厅 发布时间：2024-09-10 09:02 [字体：大 中 小]

教师，是一种职业，更是一种使命。它承载荣誉，也承载压力。

老师就像一束光，照亮未知的世界；老师更像灵魂的雕刻者，为我们传道、授业、解惑。

今天是教师节，我们特邀我省优秀教师代表讲述他们的故事，让我们感受教育家精神：“心有大我、至诚报国的理想信念，言为士则、行为世范的道德情操，启智润心、因材施教的育人智慧，勤学笃行、求是创新的躬耕态度，乐教爱生、甘于奉献的仁爱之心，胸怀天下、以文化人的弘道追求。”

今天，我们向老师们致以衷心的感谢：感谢为我们奉献了青春和热情、投入了智慧和真情，目送我们一程又一程的老师们！

今天，我们向老师们致以诚挚的问候：亲爱的老师，教师节快乐！

2024年度全国模范教师 合肥工业大学数学学院教师朱士信：

做言为士则、行为世范的“大先生”

我喜欢上课，是因为上课是一种享受；我喜欢上课，是因为学生听我的课是一种享受；我喜欢上课，是因为我每次走进教室时都看见一双双渴望的眼睛；我喜欢上课，是因为每次上课时都看见一张张兴奋的脸……

1988年，带着对教育的满腔热情和对知识的无限敬畏，我开始了教书育人的旅程。几十年来，我对教师这两个字的体会是：教是教会学生知识和学知识的方法，师是用言行向学生示范对事业的态度和做人的道理。我对资助过的学生说过“只要好好学习，不必想着还钱的事”。很多学生毕业多年以后还和我保持着联系。

有一次，我注意到一位同学上课非常认真，但每次布置的三道课堂作业题却常常连一道都做不出来。我找他问询后得知，由于进校时数学基础差，对能否学好数学没有一点信心。于是，我主动找他交朋友，要求他上课时要注意听自己讲授的方法和推理的思路，而不要将精力放在具体的计算等细节上，计算的过程可以等下课以后再验证。为了使他上课精力更集中，我还建议他每次上课自己带椅子坐到教室第一排座位的中间正前方。渐渐地，这名同学数学成绩提升了，也开始喜欢上了数学。2006年毕业前夕，这名同学联系到英国伯明翰大学留学，还将这段难忘的经历写入了自荐信。

“为枯燥的数学公式和复杂的理论赋予生命，让大学课程生动而有趣”，这是我几十年来保持深入浅出教学风格的初衷。学生评价我的课“没有照本宣科、满堂填鸭，用启发任思维尽情徜徉，用点拨让智慧充分绽放”。我认为这是对我的最大褒奖。在我的课堂上，有时连过道和讲台前都挤满了前来听课的学生。学生们把我选进了“感动工大十大人物”，我觉得更是学生们感动了我。

● **2024 年 9 月 10 日 朱士信：做言为士则、行为世范的“大先生”**

2024年9月10日 星期二
责编/张旭初 版式/李晨 | 安徽日報

大力弘扬教育家精神 加快建设教育强国

教师，是一种职业，更是一种使命。它承载荣誉，也承载压力。老师就像一束光，照亮未知的世界；老师更像灵魂的雕刻者，为我们传道、授业、解惑。

今天是教师节，我们特邀我省优秀教师代表讲述他们的故事，让我们感受教育家精神：“心有大我、至诚报国的理想信念，言为士则、行为世范的道德情操，启智润心、因材施教的育人智慧，勤学笃行、求是创新的躬耕态度，乐教爱生、甘于奉献的仁爱之心，胸怀天下、以文化人的弘道追求。”

今天，我们向老师们致以衷心的感谢：感谢为我们奉献了青春和热情、投入了智慧和真情，目送我们一程又一程的老师们！

今天，我们向老师们致以诚挚的问候：亲爱的老师，教师节快乐！

2024年度全国优秀教育工作者 定远县示范幼儿园党支部书记、园长 金 俊

打造“生命绽放的幸福院子”

我的教育之旅始于成长的部队大院。在那里，严明的纪律和强烈的集体荣誉感，为我打下了人生的底色——我早早领悟了责任感的厚重和奉献精神的伟大。

身为军人教官的父亲对知识的尊崇与不懈追求，极大地激发了我对学习的热情。他给我讲过无数海关于勇气、奋斗和团队合作的故事，也在我幼小的心灵播下了对教育事业最初的热爱。渐渐地，我更想帮助更多人进行学习，坚定了我投身教育、培育下一代的决心。

从黔州师范幼师班毕业后，我进入定远县示范幼儿园工作，成为一名人民教师。从那一刻起，我就清晰地意识到自己不只是一名传授知识的教师，更是孩子们成长道路上的重要引路人。

自此以后，我始终坚守在幼儿教育的阵地上，不断努力提升自我，尽力给予孩子们最优质的教育体验，助力他们在人生的起跑线上迈出坚实有力的步伐。在37年的职业生涯中，我一直深耕于幼儿教育这片热土，随着时间的推移，我也逐步承担起更多的职责。

教育乃国家发展之基石、民族振兴之希望所在。幼儿教育更是打好人生底色的宝贵阶段。

在很多场合，我都在传播和践行“生命绽放的幸福院子”的理念。一所好的幼儿园就是一座让生命绽放的幸福院子。因为，我深知每个孩子都是一粒神奇的种子，蕴藏着不为认知的神秘，只要给予适宜的土壤和阳光，就一定能绽放出生命的美好。

作为幼儿园“领头雁”的角色，我深知自己肩负着重要的责任和使命。所以，有工作我先接，有难题我先上，不仅组织大家齐心干，更要自己带头干。

2013年，我所在的定远县示范幼儿园成功创建为安徽省一类幼儿园；2018年，幼儿园荣获全国首批家园共育示范园的称号；2019年至今，这所幼儿园从最初的单一园区扩展至七个园区，形成了集团化办园新格局……

事业上的每一次进步，都让我深刻感受到幼儿教育事业对于国家发展的重要意义，也更加明确了自己的努力方向。这些成绩的背后，是会体教职员工的辛勤付出和不懈努力，也是我们始终坚守教育初心、不断追求卓越的最好证明。

还有三年，我就要退休了，现在的时间对于我来说特别珍贵，一刻也不能浪费。我要认真跑完“最后一公里”，为幼儿园的发展作更多贡献，为孩子们打造更多更好的“生命绽放的幸福院子”。

2024年度全国优秀教师 合肥市第八中学教师 张 庆

给青春量身定制做好规划

从教25年来，我最大的感受就是：每个孩子都是一朵花，每朵花因季节、花期、属性不同而风格不同，教师应该为每朵花量身定制做好规划，让他们都能美丽绽放！

和学生相处时，我总是希望通过各种方式帮他们找到自身的天赋才华。教学之余，我还担任合肥八中心理咨询师、星火领导力社团的指导老师，立足学生的生涯规划，帮他们确立职业梦想，鼓励他们适出最高版本。

我有个学生，他基本上把所有的精力都花在物理、化学、生物上，成绩却一直不尽如人意；而他的政治、历史反而经轻松松地遥遥领先。在高一升高二选科时，他随大流选择了物化生组合，理由是他认为学物化出风后好找工作。我从他的兴趣爱好、学习能力等方面综合考量，引导他选择了更适合自己的学科组合。

我也有这样的学生，因为学习态度不好而经常被别的任课教师喊去办公室谈话。有一次，他被“请”到办公室，恰好那时我的电脑出现了故障，这个同学见后主动帮忙，三下五除二修好了电脑，我很高兴，因为我看到了他的闪光点。于是，我建议他脑准“软件工程”专业，听我这么一说，他的眼睛铁地亮了。我送给他一本高考志愿填报参考书，鼓励他勇于圆梦。后来，老师们普遍反映这个孩子学习态度发生了很大转变，不仅成绩上来了，就连值日卫生都认真多了。最终他如愿以偿，考进了电子科技大学心仪的专业。

这让我想到，教育应该从根源发掘原因，如果教育上出了问题，那么就要从树根修复，只有让根生长得健壮，树冠自然会枝繁叶茂。

作为一名英语教师，我在完成教学之余指导青年教师教学、赛课，指导师范大学英语系实习生一线教育教学实战。通过合肥市张岚名师工作室，我带领着青年教师不断探索高中英语课程资源开发与应用的路径，开发了基于教育云平台的名师工作室资源库，提出了自己的教学主张，并通过“张岚名师工作室”微信公众号、网页云平台与全国英语同仁开展课程资源开发、送培送教等100多场学术研讨活动，搭建起教科研共同体交流的优质平台，使优质教育资源在这里得以共享。当听到外省市的学校也使用这些教育资源开展教研时，我特别高兴，教育资源在共享共创中协同发展，这不正体现了名师工作室的引领辐射作用吗？

教育还要重视家庭、家长的力量。特别是处于青春期的中学生群体，他们更需要良好的亲子沟通。为此，我研发了“让爱流动”亲子关系家庭教育课程，积极参加省市妇联组织的“智慧父母课堂”“亲子教育”“家庭教育”“幸福女性修炼”“家和万事兴”等公益课堂的巾帼宣讲，让孩子在“让爱流动”的幸福家庭环境中快乐成长。

青春是多彩的，是宝贵的，作为守望者，我想和更多的师者携手，为孩子们做好规划，为他们蓄积好前行的动能和勇气。

2024年度全国优秀教师 宣城市工业学校教师 冯 兵

成长路上“人人皆可出彩”

1998年大学毕业后，我被分配到泾县高级职业中学工作。26年过去了，学校早已升格为宣城市工业学校，我欣送了一届又一届的学生，想在职业教育事业中做出一番成就的初心一直未变。

从教以来，我一直从事计算机专业课教学和技能大赛辅导工作，多次担任班主任。在教育的广阔天地里，我认为，每一位老师都是播种者，用知识的种子在学子的心田耕耘希望。具体到职业教育领域，培养学生技能是我的重要使命。让每个学生都能学到一技之长，不仅关乎学生未来的职业发展，更是他们立足社会、实现个人价值的关键所在。作为一名计算机专业老师，我感到肩上的担子很重，正因如此，工作才有意义。

2019年、2022年，我辅导的学生在全国职业院校技能大赛中获二等奖。2023年，我牵头负责的计算机应用专业获批安徽省第一批中等职业学校优质专业。

我始终坚信“人人皆可出彩”。在传授专业知识与技能的同时，我更注重培养学生自主学习能力、创新思维和实践能力。我尝试通过项目式学习、案例分析、技能竞赛等多种形式激发学习兴趣，在实践中学习，在学习中成长。

老师不仅是知识的传播者，更是学生成长道路上的引导者和支持者。我努力发现他们的闪光点，激发他们的潜能，帮助他们找到适合自己的成长路径。我欣喜地看到，学生在掌握技能的同时，也学会了面对挑战、团队合作。

最难忘的是，2021年全国职业院校技能大赛开赛前一周，我们接到立即组队参赛的通知。时间太紧了，没有集训，能行吗？我决定带着孩子们拼一把！最后的几天里，我和选手们吃住在一起，每天只睡4个多小时，用只争朝夕的精神加紧练题。好在孩子们平时打下的功底很扎实，拼搏之火熊熊燃起来了！这支队伍最终不负所望，拿下了全国第十的好成绩。孩子们欣获的岂止是奖牌，更多的是迎难而上的勇气和信心，后者更是他们一生难得的财富。

新时代给教育带来了新机遇，如何抓住？这就需要教师不断学习新知识、新技能，更新教育观念，提升教学能力，提高教学质量。我将秉承“以学生为中心”的教学原则，关注学生的个体差异和成长需求，努力为每一位学生提供最适合的教育方案。同时，积极参与学校的各项教育教学改革活动，为推动职业教育高质量发展贡献自己的力量。

2024年度安徽省教书育人楷模 中国科学技术大学工程科学学院执行院长 吴恒安

带领学生勇攀科学技术高峰

31年前的9月，我从湖北黄冈走进中国科学技术大学。成为中国科大学子，是我一生的骄傲。大红色的录取通知书被我珍藏，上面印着“希望你继承和发扬我校‘勤奋学习，理实交融，红专并进’的优良校风，树雄心、立壮志，为振兴中华、实现四化努力攀登科学技术高峰！”这段话，被我烙在了心底。努力攀登科学技术高峰，就成为了18岁的我的初心！

在中国科大求学期间，我遇到了很多学术水平高、对学生特别好的老师，他们言传身教，润物细无声，让我受益终身。我曾因家庭贫困获得了学校的特别助学金，是母校培养我这个农村孩子走向了世界舞台。出于感恩和眷念，我没有忘记18岁的初心，从海外申请回到科大做了一名教师，立志将科大精神传承下去，去帮助那些像我小时候一样心怀梦想的年轻学子。

走上讲台时，我28岁。当科大的老师很幸福，因为这里有全世界最优秀的年轻人，他们不仅天资聪颖而且好学上进。如今，我在科大任教已经20年，初心从未改变。要做好一名大学老师，就得努力攀登科学技术高峰。郑沈若老校长曾经讲过，我们科大人不仅要攀登科学技术高峰，还要不断创造高峰，高峰要高到无穷。在加今给繁复杂的国际形势下，国家面对的挑战，都是我们科大人为国效力的机会。

教书育人是大学老师的第一任务，我把大部分时间都投入到学生培养上。这些年来，通过扎实的教学实践，我主持国家一流本科课程建设，编著国家重点图书，承担教育部首批浙工科探索与实践项目，获评省级教学名师，荣获高等教育国家级教学成果奖、中国科学院优秀教师奖、宝钢优秀教师特等奖、霍英东教育教学奖。

又是一年新生入校时，我特别想对孩子们说，珍惜时光奋发有为吧！因为你们的背后有这么多老师在支持你们。有困难，随时找我们，因为我们是你们的老师，“创寰宇学府，育天下英才”，这是我们全体科大老师的初心！

2024年度全国模范教师 合肥工业大学数学学院教师 朱士信

做言为士则、行为世范的“大先生”

我喜欢上课，是因为上课是一种享受；我喜欢上课，是因为学生听我的课是一种享受；我喜欢上课，是因为我每次走进教室时都看见一双双渴望的眼睛；我喜欢上课，是因为每次上课时都看见一张张兴奋的脸……

1988年，带着对教育的满腔热情和对知识的无限敬畏，我开始了教书育人的旅程。几十年来，我对教师这两个字的体会是：教是教会学生知识和学知识的方法，师是用言行向学生示范对事业的态度和做人的道理。我对资助过的学生说过“只要好好学习，不必想着还钱的事”。很多学生毕业多年以后还和我保持着联系。

有一次，我注意到一位同学上课非常认真，但每次布置的三道课堂作业题却常常连一道都做不出来。我找他问询后得知，由于进校时数学基础差，对能否学好数学没有一点信心。于是，我主动找他交朋友，要求他上课时要注意听自己讲授的方法和推理的思路，而不要将精力放在具体的计算等细节上，计算的过程可以等下课以后再验证。为使他上课精力更集中，我还建议他每次上课自己带椅子坐到教室第一排座位的中间正前方。渐渐地，这名同学数学成绩提升了，也开始喜欢上了数学。2006年毕业前夕，这名同学联系到英国伯明翰大学留学，还将这段难忘的经历写入了自荐信。

“为枯燥的数学公式和复杂的理论赋予生命，让大学课程生动而有趣”，这是我几十年来保持深入浅出教学风格的初衷。学生评价我的课“没有脱本宣科，满堂填鸭，用启发任思维尽情徜徉，用点拨让智慧充分绽放”。我认为这是对我的最大褒奖。在我的课堂上，有时连过道和讲台前都挤满了前来听课的学生。学生们把我选进了“感动工大十大人物”，我觉得更是学生们感动了我。

因为热爱，身为博士生导师，我每学年完成的教学工作量远超学校规定课时。我主讲的《高等数学》课程，在中国大学MOOC平台上获得了极高的选课人数，荣获国家首届优秀教材二等奖。这门课程，经过我和团队20多年的精心打磨，已经成为国家级一流本科课程，成为高质量数学教育资源。

作为一名高校教师，首要的任务是教学，但没有一定的科研水平作为支撑是教不好书的。我坚持教学和科研相辅相成、相互促进。因此，我从不放松自己在科学研究领域的探索。白天没有时间，就晚上做，抓住每一个可以利用的时间做。

我多次被学生评为会校“最受学生欢迎的老师”，被学校授予“终身最受学生欢迎的老师”，这些评价就是对教师这个身份最好的褒奖。

2024年度全国模范教师 安庆市特殊教育学校教师 张 晨

用音乐“照亮”视障孩子的心灵

儿时，因为疾病，我失去了宝贵的视力。但因为父母之爱、师友之爱，跌落黑暗中的我选择了坚强，乘着音乐的翅膀，我以另一种方式重新拥抱世界。

2002年，我以全国第一名的成绩考入长春大学特殊教育学院音乐表演专业。后来，我留在安庆师范大学攻读硕士研究生。2022年，我成为全国首位音乐学科教学专业声乐方向留入硕士研究生。

为帮助更多残障儿童，大学毕业后，我回到了母校——安庆市特殊教育学校工作。音乐鼓舞了我，造就了我，所以我也希望能用音乐打开孩子们的心灵，用音符点亮他们的“心灯”，让他们在音乐中感受到世界的美好和希望，获得追梦的力量，成长为社会的有用之才。

刚开始任教，我没有任何经验，但我有两样宝贵的东西，一个是“满腔热情”，还有一个叫“同理心”。

我是盲人，所以我很理解学生期待什么、需要什么，有什么长处。盲人一般对音乐的感悟力是有优势的。因为视力的缺失导致听力比较好，注意力也比较容易集中，记忆力也较好，这几项优势就非常适合学习音乐。所以，我就把我的音乐课打造成一个能够充分发挥他们优势的课堂。

有一次上课，一个女同学告诉我：“老师，这段旋律让我体会到是白色的，非常纯净，非常圣洁。”这给了我非常大的惊喜：虽然我们确实看不见，但可以通过音乐得到补偿，感知到这个世界是多彩的。

我渐渐发现，除了音乐，盲生还有很多特长、很多爱好。我就开始利用课余时间教他们弹钢琴，教他们严乐，然后组建合唱团。这个合唱团有很好听的名字“七彩旋”，顾文就是七彩的旋律。我要带着孩子们通过音乐去看美丽的七彩世界。

“七彩旋”合唱团建立之后参加过很多场演出、比赛。我想创造更多机会让学生走出校园、跳一跳外面的世界，帮助他们更加开朗自信。一路走来，我们收获的掌声和荣誉是沉甸甸的，不仅拿到了特教范围内比赛的大奖，在跟普通孩子同台竞技中也拿到了大奖。孩子们从一次次的排练磨砺中明白，即便残障也可以唱出最动听的声音，赢得尊重和喝彩。

学生对我越来越信任，我对他们的爱也与日俱增。很多学生都喜欢找我倾诉心事，我认真倾听，尽力帮助他们解决实际问题，提出指导意见。

“一点一点发着微光，一闪一闪寻找未来方向，萤火虫啊，努力去照亮，不怕渺小，看见生命的力量……”我创作的这首名叫《萤火虫》的歌，道出了我的希望：用自己的微光，照亮视障孩子前进的方向。

本版撰稿：本报记者 陈婉婉

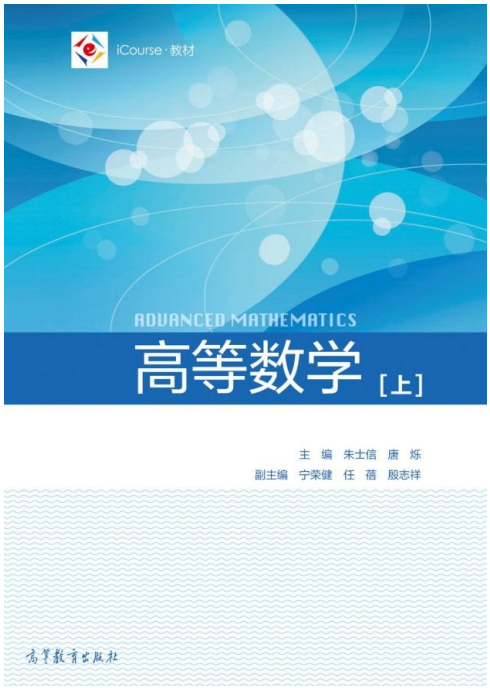
本报地址
合肥市潜山路1469号
邮政编码：230071
热线 岳恩近 18955179501（日夜）编辑部传真 65179872（日夜）集团办公室 65179014 编委办公室 65179030 总编办公室 65179967 审读考评办公室 65179178 政治新闻中心 65179195 经济新闻中心 65179133 文化新闻中心 65179166
淮北编辑出版部 65179357 视觉新闻中心 65179242 建设部 65179251（邮箱：anrdbb@163.com）地方新闻中心 65179232（邮箱：anrdtg@126.com）黄冶监察部 65179260（热线）（邮箱：anrdyjjs@163.com）安徽时评编辑部 65179130（邮箱：ansping@126.com）
客户端编辑部 65183247 平台账号编辑部 65179460 安徽新闻网编辑部 65179652 信息技术中心 65179265 安徽报业经营有限公司 65179296（广告）、65179567（发行）印务中心 65333661 融媒数字中心 65179144
零售价：2.00元
新安传媒有限公司印务公司承印
地址：合肥市望江西路505号 昨日开印3；15印完6；00

8. 教材出版情况

8.1 《高等数学（上、下册）》（第 1 版和第 2 版）

(1) 《高等数学（上册）》第 1 版

① 封面与版权信息页



内容提要

本书分为上、下两册。上册主要内容为函数、极限与连续、一元函数微分学、一元函数微分学的应用、一元函数积分学、一元函数积分学的应用、常微分方程。本书结构严谨、条理清晰、语言通俗易懂、论述简明扼要、例题与习题难度适中且题型丰富。全书纸质内容与数字化资源一体化设计，紧密配合。数字课程按照“重基础、强练习、拓视野”的原则设计资源，涵盖课程介绍、教学大纲、电子教案、微视频、概念解析、典型例题解析、归纳总结、自测题、数学家小传等板块，在提升课程教学效果的同时，为学生学习提供思维与探索的空间，便于学生自主学习。

本书可作为高等学校非数学专业的高等数学教材，也可作为科技工作者学习微积分知识的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学. 上册 / 朱士信，唐烁主编. — 北京：高等教育出版社，2014.7
ISBN 978-7-04-039681-2

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①朱… ②唐… Ⅲ. ①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第112927号

策划编辑 李晓鹏　责任编辑 李晓鹏　封面设计 张雨微　版式设计 张雨微
插图绘制 尹文军　责任校对 陈 杨　责任印制 韩 刚

出版发行 高等教育出版社　咨询电话 400-810-0598
社 址 北京市西城区德外大街 4 号　网 址 http://www.hep.edu.cn
邮政编码 100120　http://www.hep.com.cn
印 刷 涿州市星河印刷有限公司　网上订购 http://www.landraco.com
开 本 787 mm×1092 mm 1/16　http://www.landraco.com.cn
印 张 20.5　版 次 2015年8月第1版
字 数 490 千字　印 次 2015年8月第1次印刷
购书热线 010-58581118　定 价 38.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 39681-00

封面图片出处于「(c)IMAGEMORE Co., Ltd.」

② 目录

③ 目录（续）及与本书配套的数字课程资源使用说明

目录 III

240 本章概述
241 总复习题五

245 第 6 章 一元函数积分学的应用
245 6.1 定积分的微元法
247 6.2 几何学中的应用
261 6.3 物理学中的应用
267 本章概述
267 总复习题六

269 第 7 章 常微分方程
269 7.1 常微分方程的基本概念
272 7.2 一阶微分方程的常见类型及解法
287 7.3 二阶线性微分方程理论及解法
301 7.4 其他若干类型的高阶微分方程及解法
311 本章概述
312 总复习题七

314 部分习题参考答案
314 附录 1 积分表
314 附录 2 高等数学第一学期期末考试卷
315 参考文献

与本书配套的数字课程资源使用说明

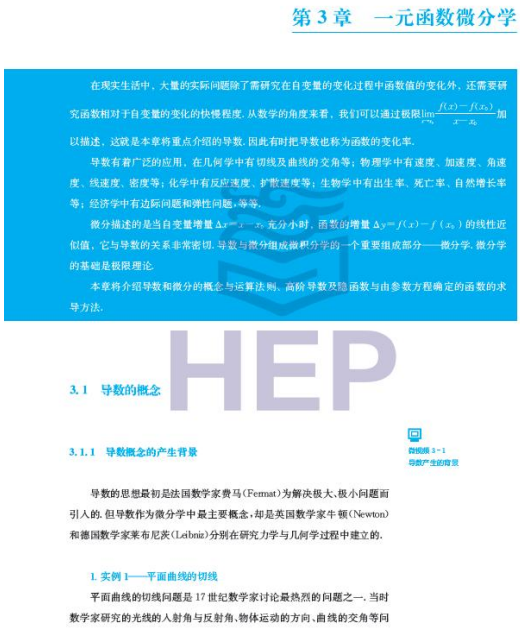
与本书配套的数字课程资源在书中用 标出，资源发布在高等教育出版社易课程网站，请登录网站后开始课程学习。

1. 用户注册：访问http://abook.hep.com.cn/39681，点击“注册”，在注册页面完善用户名、密码、姓名及电子邮箱等信息后，点击“确定”完成注册。
2. 登录充值：已注册用户点击“登录”，输入用户名和密码即可进入“我的课程”界面；点击右上方“充值”图标，输入教材封底标签上的明码和密码，点击“确定”完成课程充值。
3. 课程学习：在“我的课程”列表中选择已充值的数字课程，点击“进入课程”即可开始课程学习。

账号自登录之日起一年内有效，过期作废。

使用本账号如有任何问题，请发邮件至：iixp1@hep.com.cn

④ 精选内容



第 3 章 一元函数微分学

在现实生活中，大量的实际问题除了需研究在自变量的变化过程中函数值的变化外，还需要研究函数相对于自变量的变化的快慢程度. 从数学的角度来看，我们可以通过极限 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ 加以描述，这就是本章将重点介绍的导数. 因此有时把导数也称为函数的变化率.

导数有着广泛的应用，在几何学中有切线及曲线的交角等；物理学中有速度、加速度、角速度、线速度、密度等；化学中有反应速度、扩散速度等；生物学中有出生率、死亡率、自然增长率等；经济学中有边际问题和弹性问题，等等.

微分描述的是当自变量增量 $\Delta x=x-x_0$ 充分小时，函数的增量 $\Delta y=f(x)-f(x_0)$ 的线性近似值，它与导数的关系非常密切. 导数与微分组成微积分学的一个重要组成部分——微分学. 微分学的基础是极限理论.

本章将介绍导数和微分的概念与运算法则、高阶导数及隐函数与由参数方程确定的函数的求导方法.

3.1 导数的概念

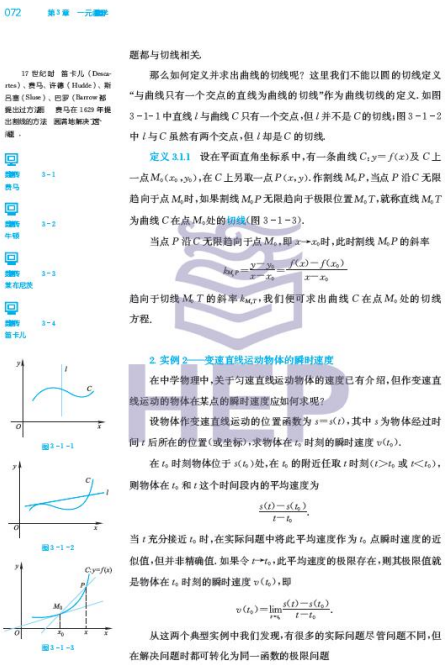
数字资源 3-1 导数产生的背景

3.1.1 导数概念的产生背景

导数的思想最初是法国数学家费马(Fermat)为解决极大、极小问题而引入的. 但导数作为微分学中最主要概念，却是英国数学家牛顿(Newton)和德国数学家莱布尼茨(Leibniz)分别在研究力学与几何学过程中建立的.

1. 实例 1——平面曲线的切线

平面曲线的切线问题是 17 世纪数学家讨论最热烈的问题之一. 当时数学家研究的光线的入射角与反射角、物体运动的方向、曲线的交角等问



072 第 3 章 一元函数

17 世纪时，笛卡儿(Descartes)、费马、许德(Hudde)、别吕意(Sluse)、巴罗(Barrow)都提出过方法，解决了这个问题. 费马在 1629 年提出的切线的方法，圆满地解决了这个问题.

数学家 费马 3-1

数学家 牛顿 3-2

数学家 莱布尼茨 3-3

数学家 笛卡儿 3-4

题都与切线相关.

那么如何定义并求出曲线的切线呢？这里我们不能以圆的切线定义“与曲线只有一个交点的直线为曲线的切线”作为曲线切线的定义. 如图 3-1-1 中直线 l 与曲线 C 只有一个交点，但 l 并不是 C 的切线；图 3-1-2 中 l 与 C 虽然有两个交点，但 l 却是 C 的切线.

定义 3.1.1 设在平面直角坐标系中，有一条曲线 C：$y=f(x)$ 及 C 上一点 $M_0(x_0,y_0)$，在 C 上另取一点 $P(x,y)$. 作割线 M_0P，当点 P 沿 C 无限趋向于点 M_0 时，如果割线 M_0P 无限趋向于极限位置 M_0T，就称直线 M_0T 为曲线 C 在点 M_0 处的切线(图 3-1-3).

当点 P 沿 C 无限趋向于点 M_0，即 $x\to x_0$ 时，此时割线 M_0P 的斜率

$$k_{M_0P}=\frac{y-y_0}{x-x_0}=\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

趋向于切线 M_0T 的斜率 k_{M_0T}，我们便可求出曲线 C 在点 M_0 处的切线方程.

2. 实例 2——变速直线运动物体的瞬时速度

在中学物理中，关于匀速直线运动物体的速度已有介绍，但作变速直线运动的物体在某点的瞬时速度应如何求呢？

设物体作变速直线运动的位置函数为 $s=s(t)$，其中 s 为物体经过时间 t 后所在的位置(或坐标)，求物体在 t_0 时刻的瞬时速度 $v(t_0)$.

在 t_0 时刻物体位于 $s(t_0)$ 处，在 t_0 的附近任取 t 时刻($t>t_0$ 或 $t<t_0$)，则物体在 t_0 和 t 这个时间段内的平均速度为

$$\frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}.$$

当 t 充分接近 t_0 时，在实际问题中将此平均速度作为 t_0 点瞬时速度的近似值，但并非精确值. 如果令 $t\to t_0$，此平均速度的极限存在，则其极限值就是物体在 t_0 时刻的瞬时速度 $v(t_0)$，即

$$v(t_0)=\lim_{t\to t_0}\frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}.$$

从这两个典型实例中我们发现，有很多的实际问题尽管问题不同，但在解决问题时都可转化为同一函数的极限问题

图 3-1-1

图 3-1-2

图 3-1-3

(2) 《高等数学（下册）》第 1 版

① 封面与版权信息页

内容提要

本书分为上、下两册。下册主要内容为向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分、曲线积分、曲面积分、无穷级数。本书结构严谨、条理清晰、语言通俗易懂、论述简明扼要、例题与习题难度适中且题型丰富。全书纸质内容与数字化资源一体化设计，紧密配合。数字课程按照“重基础、强练习、拓视野”的原则设计资源，涵盖课程介绍、教学大纲、电子教案、微视频、概念解析、典型例题解析、归纳总结、自测题、数学家小传等板块，在提升课程教学效果的同时，为学生学习提供思维与探索的空间，便于学生自主学习。

本书可作为高等学校非数学专业的高等数学教材，也可作为科技工作者学习微积分知识的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学. 下 / 朱士信，唐烁主编. -- 北京：高等教育出版社，2015.1
ISBN 978-7-04-041291-8

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①朱… ②唐… Ⅲ. ①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第253958号

策划编辑 李晓鹏　责任编辑 李晓鹏　封面设计 张雨微　版式设计 张雨微
插图绘制 尹文军　责任校对 窦丽娜　责任印制 韩 刚

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 涿州市星河印刷有限公司
开 本 787 mm×1092 mm 1/16
印 张 0.000
字 数 0 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 http://www.hep.edu.cn
http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.landraco.com
http://www.landraco.com.cn
版 次 2015 年 1 月第 1 版
印 次 2015 年 2 月第 1 次印刷
定 价 0.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究

物 料 号 41291-00
封面图片出处于「(c)IMAGEMORE Co., Ltd.」

② 目录

001 第 8 章 向量代数与空间解析几何
001 8.1 空间向量及其线性运算
008 8.2 向量的乘积
013 8.3 空间平面
019 8.4 空间直线
025 8.5 空间曲面
030 8.6 空间曲线
035 本章概述
035 总复习题八

037 第 9 章 多元函数微分学
037 9.1 多元函数的概念
042 9.2 二元函数的极限与连续
048 9.3 偏导数
057 9.4 全微分
064 9.5 多元复合函数的求导法则
074 9.6 隐函数的微分法
085 9.7 方向导数和梯度

092 9.8 二元函数的泰勒公式
096 9.9 多元函数微分学在极值中的应用
112 9.10 多元函数微分学在几何中的应用
122 本章概述
124 总复习题九

127 第 10 章 重积分
127 10.1 二重积分的概念与性质
135 10.2 二重积分的计算
150 10.3 三重积分的概念与性质
153 10.4 三重积分的计算
163 10.5 重积分的应用
172 本章概述
173 总复习题十

175 第 11 章 曲线积分
175 11.1 对弧长的曲线积分
181 11.2 对坐标的曲线积分
189 11.3 格林公式
195 11.4 平面曲线积分与积分路径无关的条件
206 11.5 曲线积分的应用
211 本章概述
213 总复习题十一

217 第 12 章 曲面积分
217 12.1 对面积的曲面积分
222 12.2 对坐标的曲面积分
234 12.3 高斯公式与斯托克斯公式

③ 目录（续）及与本书配套的数字课程资源使用说明

目录 III

242 12.4 曲面积分的应用
252 本章概述
254 总复习题十二

257 第 13 章 无穷级数
257 13.1 常数项级数的概念及其性质
265 13.2 正项级数及其审敛法
278 13.3 级数的绝对收敛与条件收敛
288 13.4 幂级数
302 13.5 函数的幂级数展开式
311 13.6 幂级数的应用
317 13.7 傅里叶(Fourier)级数
332 本章概述
337 总复习题十三

部分习题参考答案
附录 高等数学第二学期期末考试卷

与本书配套的数字课程资源使用说明

与本书配套的数字课程资源在书中用 标出，资源发布在高等教育出版社易课程网站，请登录网站后开始课程学习。

1. 用户注册：访问http://abook.hep.com.cn/41291，点击“注册”，在注册页面完善用户名、密码、姓名及电子邮箱等信息后，点击“确定”完成注册。
2. 登录充值：已注册用户点击“登录”，输入用户名和密码即可进入“我的课程”界面；点击右上方“充值”图标，输入教材封底标签上的明码和密码，点击“确定”完成课程充值。
3. 课程学习：在“我的课程”列表中选择已充值的数字课程，点击“进入课程”即可开始课程学习。

账号自登录之日起一年内有效，过期作废。
使用本账号如有任何问题，请发邮件至：lixp1@hep.com.cn

数字资源 先睹为快

微视频 概念解析 典型例题解析 数学家小传

④ 精选内容

第 10 章 重积分

在第 5 章中，我们已经介绍了将一元函数 $f(x)$ 在有限闭区间 $[a,b]$ 上，经过分割、近似、求和、取极限后，得到定积分 $\int_a^b f(x)\,dx=\lim\limits_{\lambda\to 0}\sum\limits_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$. 如果把这种思想引入到定义在区域、曲线及曲面上的多元函数中去，便得到重积分、曲线积分及曲面积分的概念.

本章将介绍二重积分、三重积分的概念与性质、以及计算方法与相关应用.

10.1 二重积分的概念与性质

10.1.1 二重积分概念的实际背景

1. 几何背景——曲顶柱体的体积

设空间立体区域 Ω 的底是 xOy 坐标面上可求面积的有界闭区域 D，其侧面是以 D 的边界曲线为准线、母线平行于 z 轴的柱面，其顶是非负连续函数 $z=f(x,y)$，$(x,y)\in D$ 所对应的空间曲面，称 Ω 为曲顶柱体（图 10-1-1），试求 Ω 的体积 V.

与第 5 章中求曲边梯形面积的思想一样，我们采用分割、近似、求和、取极限的方法，求曲顶柱体 Ω 的体积 V.

（1）分割：用一组光滑曲线网把 D 分成 n 个小闭区域

$$\Delta\sigma_1,\Delta\sigma_2,\cdots,\Delta\sigma_n,$$

为方便起见，记第 i 个小区域 $\Delta\sigma_i$ 的面积也为 $\Delta\sigma_i(i=1,2,\cdots,n)$. 现分别以这些小闭区域的边界曲面为准线，作母线平行于 z 轴的柱面，将 Ω 分为 n 个小曲顶柱体（图 10-1-2），记这些小曲顶柱体的体积分别为 ΔV_1，$\Delta V_2,\cdots,\Delta V_n$，则

$$V=\sum_{i=1}^{n}\Delta V_i.$$

图 10-1-1

图 10-1-2

136 第 10 章 重积分

10-2 二重积分区域的积分

x 型区域 穿过 D 内部且与 x 轴相交的直线，与 D 的边界交点不多于两个. y 型区域 穿过 D 内部且与 y 轴相交的直线，与 D 的边界交点不多于两个.

图 10-2-1

图 10-2-2

图 10-2-3

（10.2.1 式）石（填）先对 y 积分，后对 x 积分. 次积分. 也就是说，先把 x 看做常数，$f(x,y)$ 只是 y 的函数时，y 的函数 $\varphi_1(x)$ 到 $\varphi_2(x)$ 的定积分，后再计算关于 x 的定积分. 只是变量 x 的函数时，x 取 a 到 b 的积分. 为书写简洁起见，将（10.2.1 式）

$$\iint\limits_D f(x,y)\,dxdy=\int_a^b dx\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)\,dy.$$

定义 10.2.1 （1）如果有界闭区域 D 可表示为

$$D=\{(x,y)\mid \varphi_1(x)\leqslant y\leqslant\varphi_2(x),a\leqslant x\leqslant b\},$$

其中 $\varphi_1(x)$，$\varphi_2(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，就称 D 为 x 型区域（图 10-2-1）.

（2）如果有界闭区域 D 可表示为

$$D=\{(x,y)\mid \psi_1(y)\leqslant x\leqslant\psi_2(y),c\leqslant y\leqslant d\},$$

其中 $\psi_1(y)$，$\psi_2(y)$ 在 $[c,d]$ 上连续，就称 D 为 y 型区域（图 10-2-2）.

现在，从几何的角度来考察二重积分的计算，不妨设 D 为 x 型区域

$$D=\{(x,y)\mid \varphi_1(x)\leqslant y\leqslant\varphi_2(x),a\leqslant x\leqslant b\},$$

$f(x,y)$ 在 D 上连续，且 $f(x,y)\geqslant 0$，$(x,y)\in D$.

一方面，根据二重积分的几何意义，$\iint\limits_D f(x,y)\,dxdy$ 等于以 D 为底，以曲面 $z=f(x,y)$ 为顶的曲顶柱体 Ω（图 10-2-3）的体积. 另一方面，曲顶柱体的体积也可利用已知平行截面面积的立体体积方法来计算.

在 $[a,b]$ 上任取一点 x，用过点 $(x,0,0)$ 作垂直于 xOy 坐标面的平面截曲顶柱体 Ω，所得截面为一曲边梯形（见图 10-2-3 中的阴影部分），其面积 $A(x)$ 为

$$A(x)=\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)\,dy,$$

所以曲顶柱体 Ω 的体积为

$$V=\int_a^b A(x)\,dx=\int_a^b\left[\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)\,dy\right]dx,$$

从而有

$$\iint\limits_D f(x,y)\,dxdy=\int_a^b\left[\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)\,dy\right]dx. \qquad (10.2.1)$$

在上述讨论中，我们假定了 $f(x,y)\geqslant 0$，但实际上（10.2.1）式并不受此条件限制，一般的有下面的结论.

定理 10.2.1 设有界闭区域 D 可表示为 x 型区域

$$D=\{(x,y)\mid \varphi_1(x)\leqslant y\leqslant\varphi_2(x),a\leqslant x\leqslant b\},$$

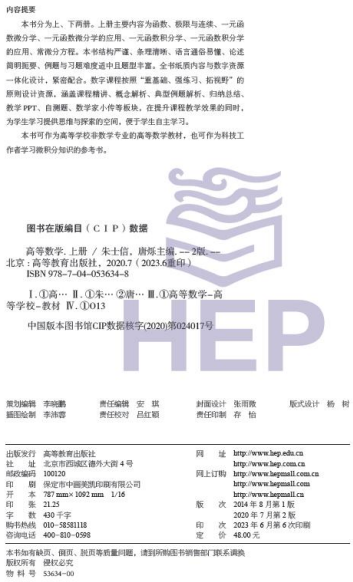
$f(x,y)$ 在 D 上连续，则

$$\iint\limits_D f(x,y)\,dxdy=\int_a^b dx\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)\,dy. \qquad (10.2.2)$$

证 因为 $f(x,y)$ 在 D 上连续，所以 $f(x,y)$ 在 D 上有界，即存在正数 M，使得 $\forall(x,y)\in D$，满足 $-M\leqslant f(x,y)\leqslant M$，从而

(3) 《高等数学（上册）》第 2 版

① 封面与版权信息页



内容提要

本书分为上、下两册。上册主要内容为函数、极限与连续、一元函数微分学、一元函数微分学的应用、一元函数积分学、一元函数积分学的应用、常微分方程。本书结构严谨、条理清晰、语言通俗易懂、论述简明扼要、例题与习题难度适中且题型丰富。全书纸质内容与数字资源一体化设计，紧密配合。数字课程按照“重基础、强练习、拓视野”的原则设计资源，涵盖课程精讲、概念解析、典型例题解析、归纳总结、教学 PPT、自测题、数学家小传等板块，在提升课程教学效果的同时，为学生学习提供思维与探索的空间，便于学生自主学习。

本书可作为高等学校非数学专业的高等数学教材，也可作为科技工作者学习微积分知识的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学. 上册 / 朱士信，唐烁主编. —2版. —北京：高等教育出版社，2020.7（2023.6重印）
ISBN 978-7-04-053634-8

Ⅰ.①高… Ⅱ.①朱… ②唐… Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2020)第024017号

策划编辑 李鸣鹏　责任编辑 宏 琪　封面设计 张雨微　版式设计 杨 树
插图绘制 李沛蓉　责任校对 吕红颖　责任印制 存 怡

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	保定市中画美凯印刷有限公司		http://www.hepmall.com
开 本	787 mm× 1092 mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	21.25	版 次	2014 年 8 月第 1 版
字 数	430 千字		2020 年 7 月第 2 版
购书热线	010-58581118	印 次	2023 年 6 月第 6 次印刷
咨询电话	400-810-0598	定 价	48.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 53634-00

② 目录

③ 目录（续）及第 2 版前言

④ 精选内容

247 本章概述
248 总复习题五

— 251 第 6 章 一元函数积分学的应用
251 6.1 定积分的微元法
253 6.2 几何学中的应用
268 6.3 物理学中的应用
274 本章概述
274 总复习题六

— 277 第 7 章 常微分方程
277 7.1 常微分方程的基本概念
281 7.2 一阶微分方程的常见类型及解法
297 7.3 二阶线性微分方程理论及解法
312 7.4 其他若干类型的高阶微分方程及解法
321 本章概述
322 总复习题七

— 324 部分习题参考答案
— 324 附录 1 积分表
— 324 附录 2 高等数学第一学期期末考试卷
— 325 参考文献

第 2 版前言

高等数学(常称微积分)是理工类、经管类等专业的一门重要的公共基础课。它除了为后续课程提供必要的数学知识外,还是培养大学生分析问题和解决问题的能力以及提高思维能力的重要载体。高等数学浓缩了人类几百年微积分发展史的精华,因此具有内容多、概念性强、抽象度高的特点。编写本教材的目的是希望同学们能够更加顺利地完成高等数学的学习。

本书除了保留第一版的众多特色和优点外,还在以下几个方面进行了修改:

1. 对教材中的部分内容进一步精炼,使得语句更加简练、通俗易懂;
2. 对部分内容进行优化和删减;
3. 更换一些难度较大的例题和习题;
4. 将习题进行系统梳理和分类:(A)为基础题,(B)为难度相对高一些的习题,同学可以根据自己的学习情况进行选择;
5. 对数字资源进行了优化,用新录制的课程精讲微视频替换原来的教学微视频;
6. 对教材中部分段落,以注的形式加以点评,目的在于帮助读者更好理解相应的内容。

本书的编写得到了多方面的帮助与支持,编者在此表示感谢!感谢合肥工业大学数学学院的全体同事!

由于编者水平有限,书中难免出现疏漏,请广大读者批评指正!

编 者

2019 年 8 月

即

$$y'=u(x)^{v(x)}\left[v'(x)\ln u(x)+v(x)\frac{u'(x)}{u(x)}\right]$$
$$=u(x)^{v(x)}v'(x)\ln u(x)+v(x)\ u(x)^{v(x)-1}u'(x).$$

注 对于幂指型函数 $y=u(x)^{v(x)}$,我们也可以利用指数对数恒等式将其变形为 $y=e^{v(x)\ln u(x)}$,按照复合函数求导方法来求.

3.4.2 由参数方程所确定的函数的求导法则

对于用参数方程

$$\begin{cases}x=\varphi(t),\\ y=\psi(t)\end{cases}\quad(t\text{ 为参数})$$

所表示的函数,我们通过某种方法消去参数,将参数方程表示的函数化为显函数,再按显函数的求导方法来求函数的导数.如研究抛射体的运动规律时,如果不计空气的阻力,则抛射体的运动轨迹可表示为

$$\begin{cases}x=v_1t,\\ y=v_2t-\dfrac{1}{2}gt^2,\end{cases}$$

其中 v_1,v_2 分别表示抛射体初速度的水平、垂直分量,g 是重力加速度,t 是飞行时间,x,y 分别是在垂直平面上抛射体的横坐标和纵坐标,如图 3-4-1所示.

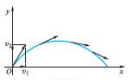


图 3-4-1

在上式中,x,y 都是参数 t 的函数,消去参数 t,有 $y=\dfrac{v_2}{v_1}x-\dfrac{g}{2v_1^2}x^2$.这样 y' 就容易求了.现在的问题是,有的参数方程,想消去其中的参数很困难或者根本不可能,如何去求导数?

下面我们来解决这个问题.在参数方程 $\begin{cases}x=\varphi(t),\\ y=\psi(t)\end{cases}$ 中,设 $\varphi(t),\psi(t)$ 都可导,且 $x=\varphi(t)$ 在 t 的某个区间内单调,则由反函数存在定理知,存在连续、可导的反函数 $t=\varphi^{-1}(x)$,这样 $y=\psi(t)$ 与 $t=\varphi^{-1}(x)$ 就构成了复合函数 $y=\psi[\varphi^{-1}(x)]$.根据复合函数求导法则和反函数求导法则,

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{dx}=\frac{dy}{dt}\Big/\frac{dx}{dt},$$

而 $\dfrac{dy}{dt}=\psi'(t)$,$\dfrac{dx}{dt}=\varphi'(t)$,即

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

这就是由参数方程所确定的函数的求导公式,其导数是通过参数 t 表示出来的.

概念解析 3-8 参数方程求导

如果 $\varphi(t),\psi(t)$ 具有二阶导数,我们可以得到由参数方程所确定的函数的二阶导数:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)=\frac{d}{dt}\left[\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}\right]\Big/\frac{dx}{dt}=\left[\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}\right]'\Big/\varphi'(t)$$
$$=\frac{\psi''(t)\varphi'(t)-\psi'(t)\varphi''(t)}{[\varphi'(t)]^3}.$$

典型例题解析 3-7 求参数方程确定的函数的导数

例 3.4.8 求曲线 $\begin{cases}x=\cos^3 t,\\ y=\sin^3 t\end{cases}$ 上对应于 $t=\dfrac{\pi}{6}$ 点处的切线与法线方程.

解 由于 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{(\sin^3 t)'}{(\cos^3 t)'}=\dfrac{3\sin^2 t\cos t}{3\cos^2 t(-\sin t)}=-\tan t$,由导数的几何意义知,曲线 $\begin{cases}x=\cos^3 t,\\ y=\sin^3 t\end{cases}$ 上对应于 $t=\dfrac{\pi}{6}$ 点处的切线斜率为 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{t=\frac{\pi}{6}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.这样所求法线的斜率为 $\sqrt{3}$.又当 $t=\dfrac{\pi}{6}$ 时,$x=\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$,$y=\dfrac{1}{8}$,所以曲线 $\begin{cases}x=\cos^3 t,\\ y=\sin^3 t\end{cases}$ 上对应于 $t=\dfrac{\pi}{6}$ 点处的切线方程为

$$y-\frac{1}{8}=-\frac{\sqrt{3}}{3}\left(x-\frac{3\sqrt{3}}{8}\right),\quad\text{即 } 2\sqrt{3}x+6y-3=0.$$

课程解析 3-7 参变量函数和反函数的二阶导数

法线方程为

$$y-\frac{1}{8}=\sqrt{3}\left(x-\frac{3\sqrt{3}}{8}\right),\quad\text{即 } y=\sqrt{3}x-1.$$

例 3.4.9 摆线的参数方程为 $\begin{cases}x=a(t-\sin t),\\ y=a(1-\cos t),\end{cases}$ 求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

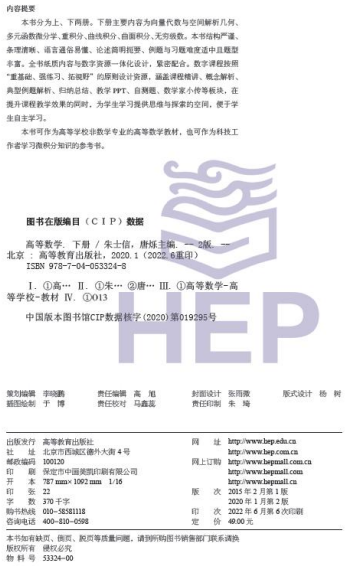
典型例题解析 3-8 混合形式函数求导

解 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{[a(1-\cos t)]'}{[a(t-\sin t)]'}=\dfrac{\sin t}{1-\cos t}$,

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)=\frac{d}{dx}\left(\frac{\sin t}{1-\cos t}\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{\sin t}{1-\cos t}\right)\frac{dt}{dx}$$
$$=\frac{d}{dt}\left(\frac{\sin t}{1-\cos t}\right)\Big/\frac{dx}{dt}=\frac{\cos t(1-\cos t)-\sin^2 t}{(1-\cos t)^2}\cdot\frac{1}{a(1-\cos t)}$$

(4) 《高等数学（下册）》第 2 版

① 封面与版权信息页



内容概要

本书分为上、下两册。下册主要内容为向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分、曲线积分、曲面积分、无穷级数。本书结构严谨、条理清晰、语言通俗易懂、论述简明扼要、例题与习题难度适中且题型丰富。全书纸质内容与数字资源一体化设计，紧密配合。数字课程按照"重基础、强练习、拓视野"的原则设计资源，涵盖课程精讲、概念解析、典型例题解析、归纳总结、教学 PPT、自测题、数学家小传等板块，在提升课程教学效果的同时，为学生学习提供思维与探索的空间，便于学生自主学习。

本书可作为高等学校非数学专业的高等数学教材，也可作为科技工作者学习微积分知识的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学．下册 / 朱士信，唐烁主编．—2版．—北京：高等教育出版社，2020.1（2022.6重印）
ISBN 978-7-04-053324-8

Ⅰ．①高… Ⅱ．①朱… ②唐… Ⅲ．①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ．①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2020)第019295号

策划编辑 李晓鹏　责任编辑 高 旭　封面设计 张雨微　版式设计 杨 树
插图绘制 于 博　责任校对 马鑫蕊　责任印制 朱 琦

出版发行	高等教育出版社	网　址	http://www.hep.edu.cn
社　址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印　刷	保定市中国美院印刷有限公司		http://www.hepmall.com
开　本	787 mm× 1092 mm　1/16		http://www.hepmall.cn
印　张	22	版　次	2015 年 2 月第 1 版
字　数	370 千字		2020 年 1 月第 2 版
购书热线	010-58581118	印　次	2022 年 6 月第 6 次印刷
咨询电话	400-810-0598	定　价	48.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有　侵权必究
物 料 号　53324-00

② 目录

目 录

001 第 8 章　向量代数与空间解析几何
001 8.1　空间向量及其线性运算
008 8.2　向量的乘积
014 8.3　空间平面
020 8.4　空间直线
027 8.5　空间曲面
032 8.6　空间曲线
037 本章概述
037 总复习题八

039 第 9 章　多元函数微分学
039 9.1　多元函数的概念
044 9.2　二元函数的极限与连续
050 9.3　偏导数
060 9.4　全微分
067 9.5　多元复合函数的求导法则
076 9.6　隐函数的微分法
088 9.7　方向导数和梯度

095 9.8　二元函数的泰勒公式
099 9.9　多元函数微分学在极值中的应用
110 9.10　多元函数微分学在几何中的应用
120 本章概述
122 总复习题九

125 第 10 章　重积分
125 10.1　二重积分的概念与性质
134 10.2　二重积分的计算
149 10.3　三重积分的概念与性质
152 10.4　三重积分的计算
162 10.5　重积分的应用
171 本章概述
172 总复习题十

175 第 11 章　曲线积分
175 11.1　对弧长的曲线积分
182 11.2　对坐标的曲线积分
190 11.3　格林公式
197 11.4　平面曲线积分与积分路径无关的条件
207 11.5　曲线积分的应用
212 本章概述
214 总复习题十一

217 第 12 章　曲面积分
217 12.1　对面积的曲面积分
223 12.2　对坐标的曲面积分
235 12.3　高斯公式与斯托克斯公式

③ 目录（续）及第 2 版前言

243 12.4 曲面积分的应用
250 本章概述
252 总复习题十二

255 第 13 章 无穷级数
255 13.1 常数项级数的概念及其性质
263 13.2 正项级数及其审敛法
276 13.3 级数的绝对收敛与条件收敛
286 13.4 幂级数
301 13.5 函数的幂级数展开式
311 13.6 幂级数的应用
318 13.7 傅里叶级数
333 本章概述
338 总复习题十三

340 部分习题参考答案
340 附录 高等数学第二学期期末考试卷
341 参考文献

第 2 版前言

高等数学(常称微积分)是理工类、经管类等专业的一门重要的公共基础课。它除了为后续课程提供必要的数学知识外,还是培养大学生分析问题和解决问题的能力以及提高思维能力的重要载体。高等数学浓缩了人类几百年微积分发展史的精华,因此具有内容多、概念性强、抽象度高的特点。编写本教材的目的是希望同学们能够更加顺利地完成高等数学的学习。

本书除了保留第一版的众多特色和优点外,还在以下几个方面进行了修改:

1. 对教材中的部分内容进一步精炼,使得语句更加简练、通俗易懂;
2. 对部分内容进行优化和删减;
3. 更换一些难度较大的例题和习题;
4. 将习题进行系统梳理和分类:(A)为基础题,(B)为难度相对高一些的习题,同学可以根据自己的学习情况进行选择;
5. 对数字资源进行了优化,用新录制的课程精讲微视频替换原来的教学微视频;
6. 对教材中部分段落,以注的形式加以点评,目的在于帮助读者更好理解相应的内容。

本书的编写得到了多方面的帮助与支持,编者在此表示感谢!感谢合肥工业大学数学学院的全体同事!

由于编者水平有限,书中难免出现疏漏,请广大读者批评指正!

编 者

2019 年 8 月

④ 精选内容

第 10 章 重积分

在第 5 章中,我们已经介绍了将一元函数 $f(x)$ 在有限闭区间 $[a,b]$ 上,经过分割、近似、求和、取极限后,得到定积分 $\int_a^b f(x)\,dx=\lim\limits_{\lambda\to 0}\sum\limits_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$. 如果把这种思想引入到定义在区域、曲线及曲面上的多元函数中去,便得到重积分、曲线积分及曲面积分的概念.

本章将介绍二重积分、三重积分的概念与性质,以及计算方法与相关应用.

10.1 二重积分的概念与性质

10.1.1 二重积分概念的实际背景

1. 几何背景——曲顶柱体的体积

设空间立体区域 Ω 的底是 xOy 坐标面上可求面积的有界闭区域 D,其侧面是以 D 的边界曲线为准线、母线平行于 z 轴的柱面,其顶是非负连续函数 $z=f(x,y)$,$(x,y)\in D$ 所对应的空间曲面,称 Ω 为曲顶柱体(图 10-1-1),试求 Ω 的体积 V.

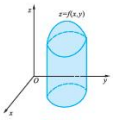


图 10-1-1

与第 5 章中求曲边梯形面积的思想一样,我们采用分割、近似、求和、取极限的方法,求曲顶柱体 Ω 的体积 V.

(1) 分割:用一组光滑曲线网把 D 分成 n 个小闭区域

$$\Delta\sigma_1,\Delta\sigma_2,\cdots,\Delta\sigma_n,$$

为方便起见,记第 i 个小区域 $\Delta\sigma_i$ 的面积也为 $\Delta\sigma_i(i=1,2,\cdots,n)$. 现分别以这些小闭区域的边界曲面为准线,作母线平行于 z 轴的柱面,将 Ω 分为 n 个小曲顶柱体(图 10-1-2),记这些小曲顶柱体的体积分别为 $\Delta V_1,\Delta V_2,\cdots,\Delta V_n$,则

$$V=\sum_{i=1}^{n}\Delta V_i.$$

边界点的一些小闭区域外,其余的小闭区域都是矩形闭区域. 设矩形闭区域 $\Delta\sigma_i$ 的边长为 Δx_j 和 Δy_k,则 $\Delta\sigma_i=\Delta x_j\Delta y_k$. 因此在直角坐标系中,也将面积元素 $d\sigma$ 记作 $dxdy$,即 $d\sigma=dxdy$,$dxdy$ 称为直角坐标系中的面积元素. 从而

$$\iint\limits_D f(x,y)\,d\sigma=\iint\limits_D f(x,y)\,dxdy.$$

2. 二重积分的几何意义

当 $f(x,y)\geqslant 0$ 时,$\iint\limits_D f(x,y)\,d\sigma$ 表示以 D 为底,以 $z=f(x,y)$ 为顶的曲顶柱体的体积;当 $f(x,y)\leqslant 0$ 时,$\iint\limits_D f(x,y)\,d\sigma$ 表示以 D 为底,以 $z=f(x,y)$ 为顶的曲顶柱体体积的相反值. 一般地,当 $f(x,y)$ 的符号不定时,根据上正下负原则,$\iint\limits_D f(x,y)\,d\sigma$ 表示体积的代数和.

特别地,当二重积分的积分区域退化为平面上逐段光滑曲线 L 时,$\iint\limits_L f(x,y)\,d\sigma=\int_L f(x,y)\,d\sigma=0$.

10.1.3 二重积分的性质

与定积分的性质相仿,我们给出下列二重积分的性质,并设性质中 D 为有界闭区域,且所有涉及的二重积分均存在.

概念解析 10-1 二重积分的区域可加性

性质 10.1.1(线性性) 设 k_1,k_2 为常数,则

$$\iint\limits_D[k_1f(x,y)+k_2g(x,y)]\,d\sigma=k_1\iint\limits_D f(x,y)\,d\sigma+k_2\iint\limits_D g(x,y)\,d\sigma.$$

性质 10.1.2(依区域可加性) 如果 $D=D_1\cup D_2$,且 D_1 与 D_2 无公共内点,则

$$\iint\limits_D f(x,y)\,d\sigma=\iint\limits_{D_1} f(x,y)\,d\sigma+\iint\limits_{D_2} f(x,y)\,d\sigma.$$

性质 10.1.3(几何度量性) $\iint\limits_D d\sigma=D$ 的面积.

性质 10.1.4(保号性) 如果在 D 上,$f(x,y)\geqslant 0$,则

$$\iint\limits_D f(x,y)\,d\sigma\geqslant 0.$$

概念解析 10-2 二重积分的比较

推论 10.1.1(保序性) 如果在 D 上,$f(x,y)\geqslant g(x,y)$,则

$$\iint\limits_D f(x,y)\,d\sigma\geqslant\iint\limits_D g(x,y)\,d\sigma.$$

推论 10.1.2(积分绝对值不等式) $\left|\iint\limits_D f(x,y)\,d\sigma\right|\leqslant\iint\limits_D |f(x,y)|\,d\sigma.$

8.2 《高等数学》数字教材

① 上册、下册封面

高等数学
(下册)
主 编 张 莉 朱士信
副主编 唐 烁 彭凯军 熊莲花 宁荣健
编 者 李东伟 周江涛
ISBN 978-7-89530-876-3
中国教育出版传媒集团
高等教育出版社
高等教育电子音像出版社

② 上册、下册版权信息页

全国新书目
新书数据早知道
音像电子
978-7-89530-874-9
高级检索 检索历史
检索结果 共为你找到 1 条相关结果
排序：推荐
数据导出
批量套录
数据类型：ISBN
数据类型
图书 0
CIP 0
馆藏 0
ISBN 0
音像电子 1
馆藏 0
ISBN 1
连环画 0
图文
列表
高等数学（上册）数字教材
ISBN：978-7-89530-874-9 出版单位：高等教育电子音像...
著作权人：张莉
ISBN数据库

全国新书目
新书数据早知道
音像电子
978-7-89530-876-3
高级检索 检索历史
检索结果 共为你找到 1 条相关结果
排序：推荐
数据导出
批量套录
数据类型：ISBN
数据类型
图书 0
CIP 0
馆藏 0
ISBN 0
音像电子 1
馆藏 0
ISBN 1
连环画 0
图文
列表
高等数学（下册）数字教材
ISBN：978-7-89530-876-3 出版单位：高等教育电子音像...
著作权人：张莉
ISBN数据库

③ 上、下册目录

高等数学（上册）
4.1 微分中值定理
4.1.1 费马引理
数学家小传—费马
如图4-1-1 (a)，(b) 所示，$y=f(x)$ 是 $(x_0-\varepsilon, x_0+\varepsilon)$ 内一段光滑 ($f(x)$ 在 $(x_0-\varepsilon, x_0+\varepsilon)$ 内具有连续导数) 的曲线，我们来观察曲线 $y=f(x)$ 在 $(x_0, f(x_0))$ 附近有什么特点?
y=f(x)
(a)
(b)
图 4-1-1
目录
第1章 函数
1.1 函数的概念
1.2 函数的几种特性
1.3 初等函数
1.4 一些常用不等式和等式
1.5 极坐标简介
1.6 总结
总复习题一
第2章 极限与连续
2.1 数列的极限
2.2 函数的极限
2.3 极限的性质
2.4 无穷小、无穷大
2.5 极限的存在准则
2.6 函数的连续性
2.7 总结
总复习题二

4.2 洛必达 (L'Hospital) 法则

数学家小传—洛必达

洛必达 (L'Hospital, Guillaume Francis Antoine de)

(1661—1704)

“第一本微积分课本出版于1696年，它是由洛必达写的.”

——伊夫斯

“求分子分母同趋于零的分式极限的‘洛必达法则’是约翰·伯努利1694年告诉洛必达的.”

——摘自梁宗巨编著的《世界数学史简编》

洛必达是法国数学家. 1661年生于巴黎；1704年2月2日卒于巴黎.

洛必达出生于法国贵族家庭，他拥有圣梅特 (Saimte Mesme) 侯爵昂特尔芒 (d'Entremont) 伯爵的称号. 青年时期一度任骑兵军官，因眼睛近视而自行告退，转向从事学术研究.

洛必达很早即显示出其数学才华，15岁时解决了帕斯卡所提出的一个摆线难题. 他是莱布尼茨微积分的忠实信徒，并且是约翰·伯努利 (Johann Bernoulli) 的高徒，成功地解答过约翰·伯努利提出的“最速降线”问题. 他是法国科学院院士.

洛必达最大的功绩是撰写了世界上第一本系统的微积分教程——《用于理解曲线的无穷小分

目录

第3章 一元函数微分学

3.1 导数的概念

3.2 求导法则

3.3 高阶导数

3.4 隐函数

3.5 函数的微分

3.6 总结

总复习题三

第4章 一元函数微分学的应用

4.1 微分中值定理

4.2 洛必达 (L'Hospital) 法则

4.3 泰勒中值定理

4.4 函数的单调性与极值

4.5 曲线的凹凸性与拐点

4.6 函数图形的描绘

4.7 导数在不等式证明中的应用

4.8 组合恒等式与相关变化率

4.9 总结

总复习题四

高等数学（上册）

4.2 洛必达 (L'Hospital) 法则

数学家小传—洛必达

洛必达 (L'Hospital, Guillaume Francis Antoine de)

(1661—1704)

“第一本微积分课本出版于1696年，它是由洛必达写的.”

——伊夫斯

“求分子分母同趋于零的分式极限的‘洛必达法则’是约翰·伯努利1694年告诉洛必达的.”

——摘自梁宗巨编著的《世界数学史简编》

洛必达是法国数学家. 1661年生于巴黎；1704年2月2日卒于巴黎.

洛必达出生于法国贵族家庭，他拥有圣梅特 (Saimte Mesme) 侯爵昂特尔芒 (d'Entremont) 伯爵的称号. 青年时期一度任骑兵军官，因眼睛近视而自行告退，转向从事学术研究.

洛必达很早即显示出其数学才华，15岁时解决了帕斯卡所提出的一个摆线难题. 他是莱布尼茨微积分的忠实信徒，并且是约翰·伯努利 (Johann Bernoulli) 的高徒，成功地解答过约翰·伯努利提出的“最速降线”问题. 他是法国科学院院士.

洛必达最大的功绩是撰写了世界上第一本系统的微积分教程——《用于理解曲线的无穷小分析》，因此，美国史学家伊夫斯 (Eves) 说：“第一本微积分课本出版于1696年，它是由洛必达写的.”后来多次修订再版，为在欧洲大陆，特别是在法国，普及微积分起了重要作用. 这本书追随欧几里得和阿基米德古典范例，以定义和公理为出发点. 在这本书中，先给出了如下定义和公理：“定义1. 称那些连续地增加或减少的量为变量. ……”“定义2. 一个变量在其附近连续地增加或

目录

第5章 一元函数积分学

5.1 定积分的概念及性质

5.2 微积分基本定理与牛顿-莱布尼茨公式

5.3 不定积分的概念与性质

5.4 换元积分法

5.5 分部积分法

5.6 几种特殊类型函数的积分

5.7 反常积分

5.8 总结

总复习题五

第6章 一元函数积分学的应用

6.1 定积分的微元法

6.2 几何学中的应用

6.3 物理学中的应用

6.4 总结

总复习题六

第7章 常微分方程

7.1 常微分方程的基本概念

7.2 一阶微分方程的常见类型及解法

7.3 二阶线性微分方程理论及解法

7.4 其他若干类型的高阶微分方程及解法

7.5 总结

视频讲解

总复习题七

总复习题答案

总复习题一答案

总复习题二答案

总复习题三答案

总复习题四答案

总复习题五答案

总复习题六答案

总复习题七答案

8.2 向量的乘积

8.2 空间的乘积

8.2.1 向量的数量积

实例——常力所做的功

设一物体在常力 $\boldsymbol{F}$ 作用下沿直线从点 M_1 移至点 M_2 (图 8-2-1),

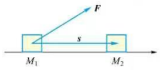


图 8-2-1

记 $\boldsymbol{s}=\overrightarrow{M_1M_2}$，那么力 $\boldsymbol{F}$ 所做的功

$$W=|\boldsymbol{F}||\boldsymbol{s}|\cos(\widehat{\boldsymbol{F},\boldsymbol{s}}).$$

由此引出向量的数量积概念.

定义 8.2.1 设有向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$，称数值 $|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})$ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的数量积 (也称点积或内积)，记为 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$，即

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}}).$$

由定义 8.2.1，力 $\boldsymbol{F}$ 所做的功 $W=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{s}$.

向量的数量积满足下列性质:

(1) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|^2$，记为 $\boldsymbol{a}^2=|\boldsymbol{a}|^2$;

(2) 交换律 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}$;

(3) 分配律 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$;

(4) 结合律 $\lambda(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})=(\lambda\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot(\lambda\boldsymbol{b})$ (λ 为实数);

目录

第8章 向量代数与空间解析几何
8.1 空间向量及其线性运算
8.2 向量的乘积
8.3 空间平面
8.4 空间直线
8.5 空间曲面
8.6 空间曲线
8.7 总结
总复习题八
第9章 多元函数微分学
9.1 多元函数的概念
9.2 二元函数的极限与连续
9.3 偏导数
9.4 全微分
9.5 多元复合函数的求导法则
9.6 隐函数的微分法
9.7 方向导数和梯度
9.8 二元函数的泰勒公式
9.9 多元函数微分学在极值中的应用
9.10 多元函数微分学在几何中的应用
9.11 总结
总复习题九

(2) $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{1+1+16}=3\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{b}|=\sqrt{1+4+4}=3$, 所以

$$\cos(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=-\frac{\sqrt{2}}{2},$$

故 $(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=\dfrac{3\pi}{4}$.

例 8.2.2 已知 $|\boldsymbol{a}|=1,|\boldsymbol{b}|=2,(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=\dfrac{\pi}{3},\boldsymbol{c}=2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{d}=\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$，(1) 求实数 λ，使 $\boldsymbol{c}\perp\boldsymbol{d}$; (2) 当 $\lambda=1$ 时，求 $(\widehat{\boldsymbol{c},\boldsymbol{d}})$.

解答过程

自测题 8.2.1

已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$，且 $|\boldsymbol{a}|=1,|\boldsymbol{b}|=2,\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{c}|=$ (　).

答案解析

试题答案 1.

解 $|\boldsymbol{c}|^2=\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{c}=(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{b}$

$$=|\boldsymbol{a}|^2-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|^2=1-4|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta+4=1.$$

8.2.2 向量的向量积

目录

第10章 重积分
10.1 二重积分的概念与性质
10.2 二重积分的计算
10.3 三重积分的概念与性质
10.4 三重积分的计算
10.5 重积分的应用
10.6 总结
总复习题十
第11章 曲线积分
11.1 对弧长的曲线积分
11.2 对坐标的曲线积分
11.3 格林公式
11.4 平面曲线积分与积分路径无关的条件
11.5 曲线积分的应用
11.6 总结
总复习题十一

高等数学（下册）

8.3 空间平面

8.3 空间平面

有了空间直角坐标系及向量代数的一些基本知识，从本节起，将用代数的方法来研究空间几何图形. 下面先以曲面为例来说明何谓几何图形的方程.

与平面解析几何中将曲线视为动点的轨迹相仿，空间解析几何中，空间曲面可视为空间的动点 $M(x,y,z)$ 按一定的规律运动时的轨迹，因此动点 M 的坐标 x,y,z 必然满足一定的关系，而此关系可用 x,y,z 的一个三元方程 $F(x,y,z)=0$ 来刻画，其中 $F(x,y,z)$ 表示 x,y,z 的一个表达式.

设 Σ 为空间的一张曲面，如果曲面 Σ 与三元方程 $F(x,y,z)=0$ 之间具有下列对应关系：

(1) 曲面 Σ 上的任一点 $M(x,y,z)$ 的坐标均满足方程 $F(x,y,z)=0$，即 x,y,z 为方程 $F(x,y,z)=0$ 的一个解；

(2) 对于方程 $F(x,y,z)=0$ 的任意一个解 x,y,z，点 $M(x,y,z)$ 在曲面 Σ 上，那么就称方程 $F(x,y,z)=0$ 为曲面 Σ 的方程，曲面 Σ 称为方程 $F(x,y,z)=0$ 的图形.

本节将运用向量代数的方法研究最简单但非常重要的特殊曲面——空间平面.

8.3.1 空间平面的方程

1. 平面的点法式方程

定义 8.3.1 垂直于平面 π 的非零向量 $\boldsymbol{n}$ 称为该平面的法向量.

显然，平面的法向量垂直于该平面内的所有向量，且法向量不唯一.

已知空间一点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 及非零向量 $\boldsymbol{n}=\{A,B,C\}$，求过点 M_0 且以 $\boldsymbol{n}$ 为法向量的平面 π 的方程.

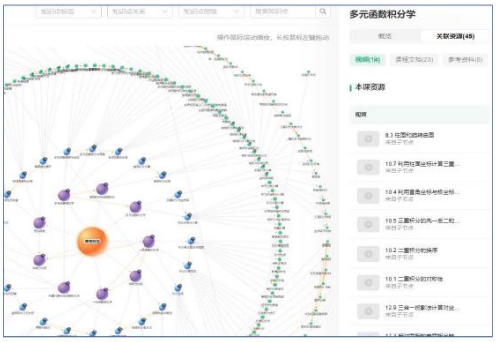
目录

11.5 曲线积分的应用
11.6 总结
总复习题十一
第12章 曲面积分
12.1 对面积的曲面积分
12.2 对坐标的曲面积分
12.3 高斯公式与斯托克斯公式
12.4 曲面积分的应用
12.5 总结
总复习题十二
第13章 无穷级数
13.1 常数项级数的概念及其性质
13.2 正项级数及其审敛法
13.3 级数的绝对收敛与条件收敛
13.4 幂级数
13.5 函数的幂级数展开式
13.6 幂级数的应用
13.7 傅里叶级数
13.8 总结
总复习题十三
总复习题答案
总复习题八答案
总复习题九答案
总复习题十答案
总复习题十一答案
总复习题十二答案
总复习题十三答案

④ 精选内容

知识图谱

- 教材以高等数学章节知识为核心，建立知识点概念及其层级关系和关联，形成立体可视化知识图谱。
- 知识图谱不仅有助于学生构建知识体系，消灭知识盲区，还可以学习与知识点关联的教学资源（如教材、习题、视频等）。

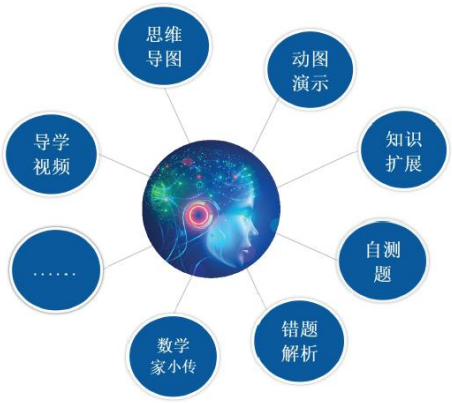


图谱在手·链接万千资源

5

04 数字教材学习模块

本数字教材坚持以学生为中心，秉承工匠精神，高度集成了导学视频、思维导图、动图演示、知识扩展、自测题、错题解析、数学家小传等学习模块，支持学习者手动做标签与记笔记，具备了纸质教材的“功能与手感”，打造了横向拓展、纵向贯通的一体化数字平台体系。



数字教材的多元学习模块

6

导学视频

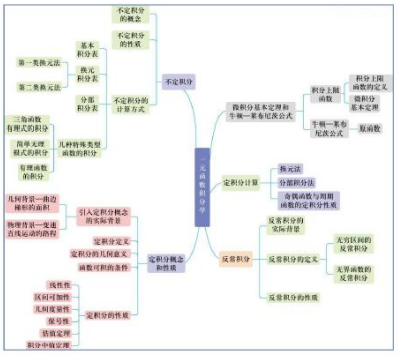
- 本数字教材的导学模块前言和章节概述不仅内容丰富、生动有趣，还打破了传统纸质教材的束缚，实现了文字概述的可视化。
- 导学视频既能清晰地呈现学习内容，又能直观地帮助学生理解，从而扩散学生思维，增加学习兴趣。

打破束缚·引人入胜

7

思维导图

- 思维导图能够整合知识，清晰展现脉络，帮助学生理解概念、定理、定义、公式等之间的关系，强化记忆，提高学习效率。

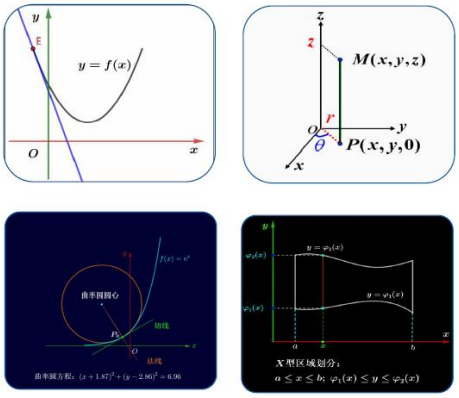


整合知识·重塑脉络·构建思维之窗

8

动图演示

◆ 本教材增加了近 100 幅动图演示，这些几何动图演示有效融入了多年教学经验，创新了教学理念，直观地促进了学生对教材知识点的理解，增加学习兴趣，提高学习效率。



动图演示 · 一图胜万言

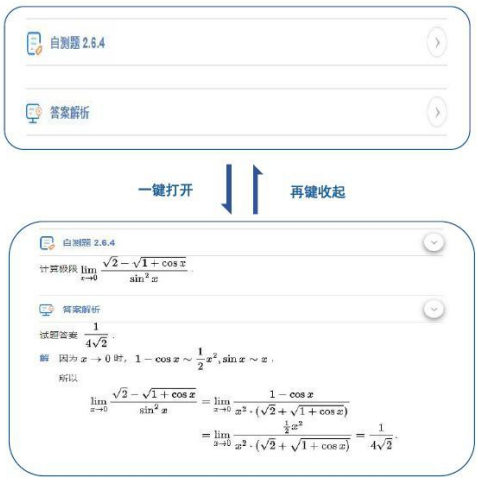
知识扩展

◆ 本教材无缝链接了课程思政元素，借助现代信息技术，实现人文素养巧妙融入，通过实际案例培养学习者解决实际问题的能力，旨在培养学生的爱国情怀、强国志向及科学精神。

学有所用 · 学以致用

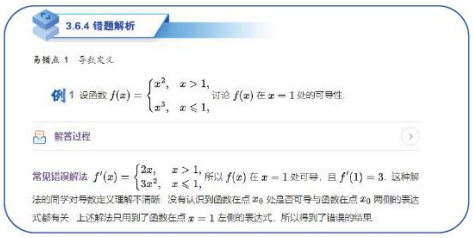
自测题

◆ 在秉持一般纸质教材优势的基础上，数字教材充分利用云创平台折叠功能，一键打开，再键收起，通过个性化的教学设计自测题等，助力学生实现自主学习。



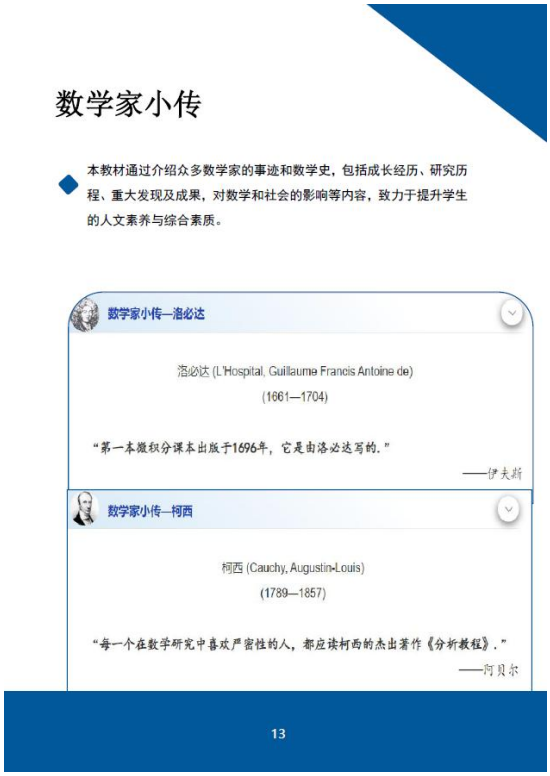
错题解析

◆ 本教材由国家级工科数学教学名师团队根据多年教学经验，增加了错题解析学习模块，帮助学生深入剖析错误的原因，清晰了解知识的薄弱点。



了解弱点 · 完美避坑

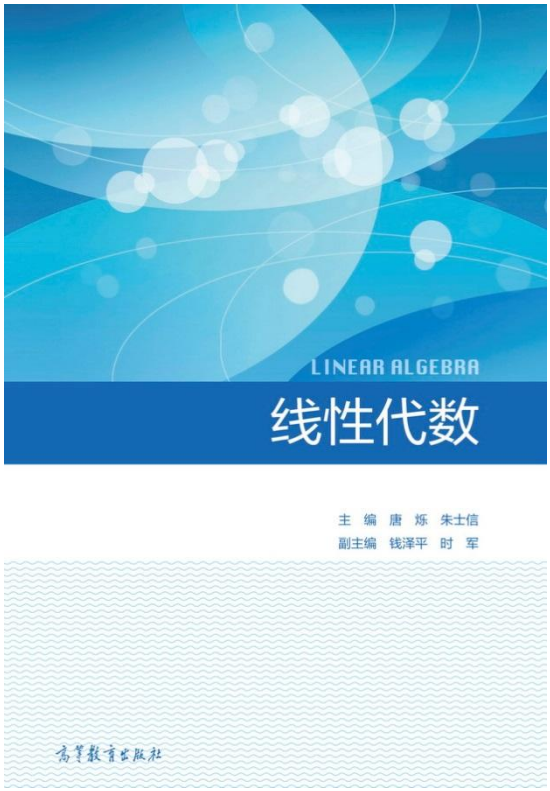
◆ 通过对错题的分析，可以总结解题思路和方法，积累经验，避免再次犯错，从而不断提升学生的的解题能力和知识掌握程度。

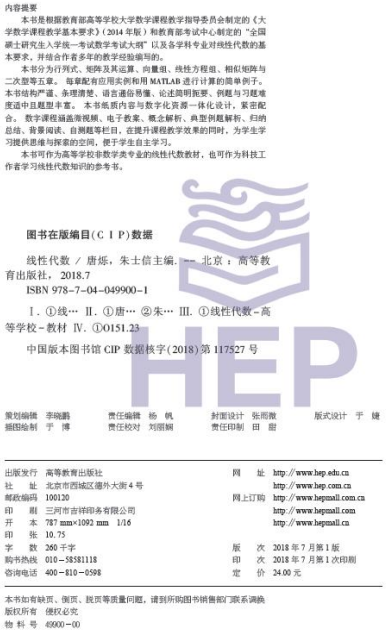

数学家小传
本教材通过介绍众多数学家的事迹和数学史，包括成长经历、研究历程、重大发现及成果，对数学和社会的影响等内容，致力于提升学生的人文素养与综合素质。
数学家小传—洛必达
洛必达 (L'Hospital, Guillaume Francis Antoine de)
(1661—1704)
“第一本微积分课本出版于1696年，它是由洛必达写的.”
——伊夫斯
数学家小传—柯西
柯西 (Cauchy, Augustin-Louis)
(1789—1857)
“每一个在数学研究中喜欢严密性的人，都应读柯西的杰出著作《分析教程》.”
——阿贝尔
13

第3章 一元函数微分学
第3章
一元函数微分学
概 述
导学视频
打破束缚
引人入胜
视频 第3章概述
计算瞬时变化速度
0:57 / 2:09
微分学
微积分是研究运动和变化的数学，哪里有运动和变化，哪里就需要微积分；哪里有力在做功、产生速度和加速度，那里就需要微积分. 微积分产生的时代是这样，智能时代的今天依然如此.
微积分的发明最初是为了满足16和17世纪科学家的数学需求，例如力学、光学、几何学和天文学对于数学的需求. 也可以这样说，力学、天文学等的大力发展刺激了微积分学的发展.
早期的微分学要处理的问题是计算瞬时变化速度。它能够帮助确定曲线的斜率；计算运动物体的速度和加速度；求出使得加农炮射程最大的仰角和最大射程；预测行星距离地球最近的时刻
14

8.3 《线性代数》

① 封面与版权信息页





内容提要

本书是根据教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会制定的《大学数学课程教学基本要求》(2014 年版)和教育部考试中心制定的"全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲"以及各学科专业对线性代数的基本要求，并结合作者多年的教学经验编写的。

本书分为行列式、矩阵及其运算、向量组、线性方程组、相似矩阵与二次型等五章。每章配有应用实例和用 MATLAB 进行计算的简单例子。本书结构严谨、条理清楚、语言通俗易懂、论述简明扼要、例题与习题难度适中且题型丰富。本书纸质内容与数字化资源一体化设计，紧密配合。数字课程插盘微视频、电子教案、概念解析、典型例题解析、归纳总结、背景阅读、自测题等栏目，在提升课程教学效果的同时，为学生学习提供思维与探索的空间，便于学生自主学习。

本书可作为高等学校非数学类专业的线性代数教材，也可作为科技工作者学习线性代数知识的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

线性代数 / 唐烁，朱士信主编. -- 北京：高等教育出版社，2018.7

ISBN 978-7-04-049900-1

Ⅰ. ①线… Ⅱ. ①唐… ②朱… Ⅲ. ①线性代数-高等学校-教材 Ⅳ. ①O151.23

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 117527 号

策划编辑 李晓鹏　责任编辑 杨 帆　封面设计 张雨微　版式设计 于 婕
插图绘制 于 博　责任校对 刘丽娟　责任印制 田 甜

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 三河市吉祥印务有限公司
开 本 787 mm×1092 mm 1/16
印 张 10.75
字 数 260 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 http://www.hep.edu.cn
http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.hepmall.com.cn
http://www.hepmall.com
http://www.hepmall.cn
版 次 2018 年 7 月第 1 版
印 次 2018 年 7 月第 1 次印刷
定 价 34.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 49900-00

② 目录

目 录

—001 第 1 章 行列式
001 1.1 行列式的概念
006 1.2 行列式的性质
014 1.3 克拉默(Cramer)法则
017 1.4 应用实例
022 1.5 用 MATLAB 计算行列式
023 习题一

—025 第 2 章 矩阵及其运算
025 2.1 矩阵
029 2.2 矩阵的运算
036 2.3 逆矩阵
041 2.4 分块矩阵
047 2.5 矩阵的初等变换
054 2.6 矩阵的秩
058 2.7 应用实例
063 2.8 用 MATLAB 作矩阵运算
064 习题二

—067 第 3 章 向量组
067 3.1 向量组的线性表示
070 3.2 向量组的线性相关性
075 3.3 向量组的极大线性无关组与向量组的秩
079 3.4 向量空间
083 3.5 标准正交向量组
088 3.6 应用实例
090 3.7 用 MATLAB 求向量组的极大无关组
092 习题三

—095 第 4 章 线性方程组
095 4.1 齐次线性方程组
100 4.2 非齐次线性方程组
106 4.3 简单矩阵方程 $AX=B$ 及其应用
108 4.4 应用实例
114 4.5 用 MATLAB 解线性方程组
116 习题四

—119 第 5 章 相似矩阵与二次型
119 5.1 特征值与特征向量
125 5.2 相似矩阵
130 5.3 实对称矩阵的对角化
134 5.4 二次型及其标准形
141 5.5 正定二次型
145 5.6 应用实例
156 5.7 用 MATLAB 求特征值与特征向量
157 习题五

—161 部分习题参考答案
—161 附录1 MATLAB简介
—161 附录2 线性代数期末考试卷
—163 参考文献

③ 前言

前 言

随着社会的进步和科技的迅猛发展，数学已渗透到自然科学、工程、经济、金融、社会等各个领域，正日益成为各学科进行科学研究的重要手段和工具。线性代数和高等数学一样是近代数学的基础，是理工类、经济管理类等专业的必修课。而信息技术在课堂教学中的广泛应用，不仅给传统的教学模式带来了一场革命，也对教育工作者的教学理念、学生的学习方法产生了革命性的影响，建设一本满足高等教育教学需求、适应课程改革发展趋势的线性代数教材势在必行。

在本书的编写过程中，编者结合多年的教学经验，吸收了国内外优秀教材的特点，结合学生学习方式改变的新趋势，与数字化媒体进行有机的结合，以“纸质教材+数字课程”的方式对教材的内容和形式进行了整体设计。在教材的整体设计方面，主要体现以下思想：

1. 采用“纸质教材+数字课程”的出版方式。纸质教材与丰富的数字教学资源一体化设计，纸质内容精炼适当，通过正文设置旁白的方式，对教材内容进行补充说明、拓展讨论和归纳总结，以新颖的版式设计和内容编排，方便学生学习和使用。数字课程对纸质内容起到巩固、补充和拓展作用，形成以纸质教材为核心，数字教学资源相配合的综合知识体系。

2. 创新教学理念，引导混合式教学和个性化自主学习。通过适当教学设计，鼓励教师将课堂教学和数字课程教学进行有机融合，鼓励学生拓展知识面和针对某些重要问题进行深入探讨，增加其独立获取知识的意识和能力，为教师创新教学方法和满足学生自主学习提供支持。

3. 恰当地处理归纳法与演绎法、数学发现与知识传授、加强实际应用与理论发现能力的培养之间的关系，以提高学生综合分析能力和创新能力。

纸质教材的主要内容是根据教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会制定的《大学数学课程教学基本要求》，并参照近年来教育部考试中心制定的“全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲”中线性代数部分进行编写的。纸质教材遵循创新、实用、通俗和满足不同层次学生需要的原则，具有以下特点：

1. 尽可能按照概念产生的原始思路来介绍相关概念，同时也突出重要且抽象概念产生的实际背景，以便学生在学习新概念的过程中比较自然地接受并加以深刻理解。

2. 突出线性代数在各学科领域的应用，列举相关实例，培养学生利用线性代数知识解决实际问题的意识和能力。

3. 加强线性代数与已学高等数学的联系，如利用矩阵来处理多元函数极值问题等。

4. 突出几何与代数的联系，如方程组和面面、线面、线线的关系等。

5. 将数学软件 MATLAB 融入线性代数，让学生在理解线性代数基本理论的基础上，用 MATLAB 进行数学计算，提高学生运用数学工具去解决实际问题的能力。

6. 语言通俗易懂、由浅入深、富于启发、便于学生理解与自学。

数字课程的教学资源以知识点为基础，紧密结合纸质教材，按照“重基础、强练习、拓视野”的原则，设置了微视频、电子教案、概念解析、典型例题解析、归纳总结、背景阅读、自测题等栏目。与正文相关知识点对应的数字资源类型及编号用标出，期望通过以上资源的设计与支持，帮助学生夯实代数基础，提高学习效率和能力，拓宽视野，同时帮助教师创新教学方法和教学活动。具体表现为：

1. 通过微视频、概念解析、典型例题解析、归纳总结等栏目，不断加强学生对基本概念、基本理论、基本方法的理解，提高学生解决问题的能力，引导学生对知识进行独立的思考和总结。

2. 自测题包含选择与填空两种题型，具有自动判解功能。通过在线自测，帮助学生实时了解自己对知识的掌握情况，并进行针对性的查关学习，提高学习的效率。

需要说明的是，在编写教材的过程中，特别注重继承与改革的关系。我们参考了国内外大量的线性代数教材、参考书和网上资料，渴望将这些优秀教材长期形成的传统发扬光大，同时也将一些教学改革成果吸收进来。在此谨向相关参考文献的作者表示深深的谢意！

本书是在合肥工业大学全体数学教师的支持下编写完成的，其中的数字资源由唐烁、钱泽平、任蓓、赵征权、孙晓莉、张莉、刘植、时军、常山等建设完成。宁荣健、刘丽两位老师认真审阅了本书并提出了宝贵的意见，在此表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，书中难免有一些不足甚至错误之处，渴望得到广大专家、同行和读者的批评与指正。

编 者

2017. 8

④ 精选内容

第 3 章　向量组

本章引入 n 维向量，规定它的线性运算，研究向量组的线性相关性及秩等相关理论，为研究线性方程组解的结构奠定基础.

3.1　向量组的线性表示

在高等数学中，我们已经学习了平面向量和空间向量的概念和相关运算，现在我们将其推广.

定义 3.1　n 个有次序的数 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 所组成的数组称为 n 维向量，记为 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 或 $\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\\a_n\end{pmatrix}$，第 i 个数 a_i 称为该向量的第 i 个分量，$i=1,2,\cdots,n$.

分量全为实数的向量称为实向量，分量包含复数的向量称为复向量，本书只讨论实向量.

n 维向量可以写成一行，也可以写成一列，分别称为行向量和列向量，也就是行矩阵和列矩阵，并规定行向量或列向量运算按矩阵的运算规则进行.

本书中列向量用黑体小写字母如 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}$ 等表示，行向量用列向量转置如 $\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}$ 等表示，所讨论的向量未指明是行向量还是列向量时，都当作列向量.

分量全为零的向量称为零向量，记为 $\boldsymbol{0}$.

如果 n 维向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 的对应分量相等，就称 $\boldsymbol{\alpha}$ 与 $\boldsymbol{\beta}$ 相等，记作 $\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{\beta}$.

1. 向量的线性运算

定义 3.2　设 $\boldsymbol{\alpha}=(a_1,a_2,\cdots,a_n)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\beta}=(b_1,b_2,\cdots,b_n)^{\mathrm{T}}$，$\lambda$ 为实数，称向量

$$\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}=(a_1+b_1,a_2+b_2,\cdots,a_n+b_n)^{\mathrm{T}}$$

为 $\boldsymbol{\alpha}$ 与 $\boldsymbol{\beta}$ 的和；称向量

$$\lambda\boldsymbol{\alpha}=(\lambda a_1,\lambda a_2,\cdots,\lambda a_n)^{\mathrm{T}}$$

为 λ 与 $\boldsymbol{\alpha}$ 的数量乘积.

向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 与 -1 的数积记作 $-\boldsymbol{\alpha}$，规定 $\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\alpha}+(-\boldsymbol{\beta})$.

向量的加法和数乘运算统称为向量的线性运算.

例 1　设 $\boldsymbol{\alpha}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix},\boldsymbol{\beta}=\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}$，计算 $2\boldsymbol{\alpha}-3\boldsymbol{\beta}$.

解　$2\boldsymbol{\alpha}-3\boldsymbol{\beta}=\begin{pmatrix}2\\4\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\\0\\-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\\0\end{pmatrix}$.

2. 向量组的线性表示

通常把分量个数相同的一组列向量（或行向量）称为一个向量组.

平面上向量 $\boldsymbol{\alpha}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix},\boldsymbol{\beta}=\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ 满足 $\boldsymbol{\beta}=2\boldsymbol{\alpha}$，表明 $\boldsymbol{\alpha}$ 与 $\boldsymbol{\beta}$ 是两共线的向量.

向量 $\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_3=\begin{pmatrix}4\\1\\1\end{pmatrix}$ 满足 $\boldsymbol{\alpha}_3=2\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2$，表明向量 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 是共面向量.

由此可见，向量的线性关系有着明显的几何意义，现推广到 n 维向量.

定义 3.3　设有向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 及向量 $\boldsymbol{\beta}$，如果存在一组数 $x_1,x_2,\cdots,x_m$，使

$$\boldsymbol{\beta}=x_1\boldsymbol{\alpha}_1+x_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+x_m\boldsymbol{\alpha}_m,$$

称向量 $\boldsymbol{\beta}$ 可由向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 线性表示，也称 $\boldsymbol{\beta}$ 是向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 的线性组合.

称 n 维向量组 $\boldsymbol{\varepsilon}_1=(1,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\varepsilon}_2=(0,1,\cdots,0)^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{\varepsilon}_n=(0,0,\cdots,1)^{\mathrm{T}}$ 为 n 维单位坐标向量组，简称为 n 维单位向量组. 显然，对任一 n 维

向量 $\boldsymbol{\alpha}=(a_1,a_2,\cdots,a_n)^{\mathrm{T}}$ 都有

$$\boldsymbol{\alpha}=a_1\boldsymbol{\varepsilon}_1+a_2\boldsymbol{\varepsilon}_2+\cdots+a_n\boldsymbol{\varepsilon}_n.$$

例 2　设 $\boldsymbol{A}$ 为 $m\times l$ 矩阵，$\boldsymbol{B}$ 为 $l\times n$ 矩阵，且 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{C}$，则矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的列向量组可由矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的列向量组线性表示.

证　对矩阵 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{C}$，按其列向量分块为

$$\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_l),\quad \boldsymbol{C}=(\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_n),$$

设 $\boldsymbol{B}=(b_{ij})_{l\times n}$，由 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{C}$ 可得

$$(\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_n)=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_l)\begin{pmatrix}b_{11}&b_{12}&\cdots&b_{1n}\\b_{21}&b_{22}&\cdots&b_{2n}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\b_{l1}&b_{l2}&\cdots&b_{ln}\end{pmatrix},$$

即

$$\boldsymbol{\gamma}_i=b_{1i}\boldsymbol{\alpha}_1+b_{2i}\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+b_{li}\boldsymbol{\alpha}_l,i=1,2,\cdots,n,$$

所以矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的列向量组可由矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的列向量组线性表示.

3. 等价向量组

定义 3.4　设有两个向量组 $A:\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 及 $B:\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_l$，若向量组 B 中每个向量都可由向量组 A 线性表示，则称向量组 B 可由向量组 A 线性表示；若向量组 A 与向量组 B 可相互线性表示，则称向量组 A 与向量组 B 等价.

向量组的等价关系满足：

（1）自反性：任一向量组与其自身等价；

（2）对称性：若向量组 A 与向量组 B 等价，则向量组 B 与向量组 A 等价；

（3）传递性：若向量组 A 与向量组 B 等价，向量组 B 与向量组 C 等价，则向量组 A 与向量组 C 等价.

例 3　设 $\boldsymbol{\beta}_1=\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\beta}_2=\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\beta}_3=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2$，证明向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 与 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3$ 等价.

证　显然，向量组 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示.

由题设易得

$$\begin{cases}\boldsymbol{\alpha}_1=-\frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_1+\frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_2+\frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_3,\\\boldsymbol{\alpha}_2=\frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_1-\frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_2+\frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_3,\\\boldsymbol{\alpha}_3=\frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_1+\frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_2-\frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_3,\end{cases}$$

即向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 也可由 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3$ 线性表示，从而两向量组等价.

关于两向量组的线性表示及等价问题的判定将在第 4 章 4.3 节中深入研究.

3.2　向量组的线性相关性

1. 线性相关与线性无关的概念

定义 3.5　设有向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$，如果存在一组不全为零的数 $x_1,x_2,\cdots,x_m$，使

$$x_1\boldsymbol{\alpha}_1+x_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+x_m\boldsymbol{\alpha}_m=\boldsymbol{0},\tag{3.1}$$

则称向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 线性相关；否则，称向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 线性无关. 也即当且仅当 $x_1=x_2=\cdots=x_m=0$ 时式（3.1）才成立，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 线性无关.

由上述定义知，含有零向量的向量组必线性相关；单个向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 线性相关的充分必要条件是 $\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{0}$；两个向量 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性相关的充分必要条件是 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 的分量对应成比例.

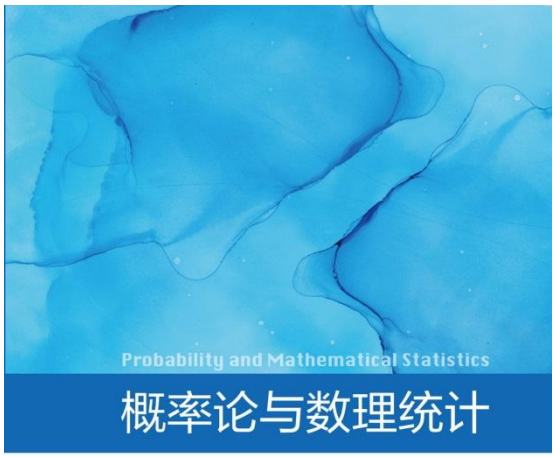
例如，向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}3\\0\\-6\end{pmatrix}$ 线性相关；向量组 $\boldsymbol{\beta}_1=\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix},\boldsymbol{\beta}_2=\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$ 线性无关.

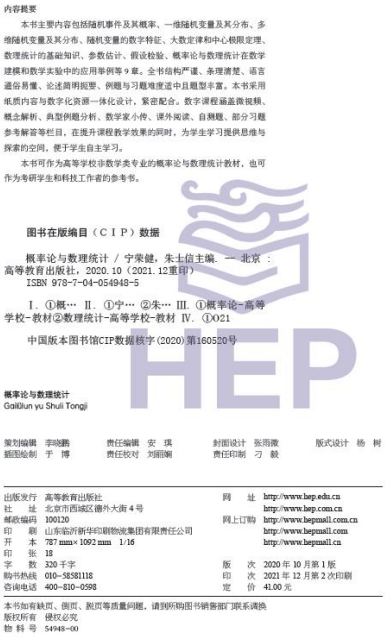
例 1　证明 n 维单位坐标向量组 $\boldsymbol{\varepsilon}_1,\boldsymbol{\varepsilon}_2,\cdots,\boldsymbol{\varepsilon}_n$ 线性无关.

证　由 $x_1\boldsymbol{\varepsilon}_1+x_2\boldsymbol{\varepsilon}_2+\cdots+x_n\boldsymbol{\varepsilon}_n=\boldsymbol{0}$，得 $(x_1,x_2,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}=(0,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}$，即 $x_1=x_2=\cdots=x_n=0$，所以 $\boldsymbol{\varepsilon}_1,\boldsymbol{\varepsilon}_2,\cdots,\boldsymbol{\varepsilon}_n$ 线性无关.

8.4 《概率论与数理统计》

① 封面与版权信息页





内容提要

本书主要内容包括随机事件及其概率、一维随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、数理统计的基础知识、参数估计、假设检验、概率论与数理统计在数学建模和数学实验中的应用举例等9章。全书结构严谨、条理清楚、语言通俗易懂、论述简明扼要、例题与习题难度适中且题型丰富。本书采用纸质内容与数字化资源一体化设计，紧密配合。数字课程涵盖微视频、概念解析、典型例题分析、数学家小传、课外阅读、自测题、部分习题参考解答等栏目，在提升课程教学效果的同时，为学生学习提供思维与探索的空间，便于学生自主学习。

本书可作为高等学校非数学类专业的概率论与数理统计教材，也可作为考研学生和科技工作者的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

概率论与数理统计 / 宁荣健，朱士信主编. -- 北京 : 高等教育出版社，2020.10（2021.12重印）
ISBN 978-7-04-054948-5

Ⅰ. ①概… Ⅱ. ①宁… ②朱… Ⅲ. ①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ. ①O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2020)第160520号

概率论与数理统计
Gailülun yu Shuli Tongji

策划编辑 李晓鹏　责任编辑 安 琪　封面设计 张雨微　版式设计 杨 树
插图绘制 于 博　责任校对 刘丽娟　责任印制 刁 毅

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印 刷 山东临沂新华印刷物流集团有限责任公司
开 本 787 mm×1092 mm 1/16
印 张 18
字 数 320千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 http://www.hep.edu.cn
http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.hepmall.com.cn
http://www.hepmall.com
http://www.hepmall.cn
版 次 2020年10月第1版
印 次 2021年12月第2次印刷
定 价 41.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究

物 料 号 54948-00

② 目录

001 第1章 随机事件及其概率
001 1.1 随机试验与随机事件
005 1.2 概率及其性质
008 1.3 古典概型与几何概型
012 1.4 条件概率与乘法公式
015 1.5 全概率公式与贝叶斯公式
021 1.6 事件的独立性与伯努利概型
029 小结
030 第1章习题

035 第2章 一维随机变量及其分布
035 2.1 随机变量及其分布函数
038 2.2 离散型随机变量及其分布律
048 2.3 连续型随机变量及其密度函数
058 2.4 一维随机变量函数的分布
065 小结
067 第2章习题

071 第3章 多维随机变量及其分布
071 3.1 二维随机变量及其分布函数
073 3.2 二维离散型随机变量及其分布律
076 3.3 二维连续型随机变量及其密度函数
081 3.4 边缘分布
087 3.5 条件分布
092 3.6 随机变量的独立性
100 3.7 二维随机变量函数的分布
109 3.8 n维随机变量
114 小结
118 第3章习题

123 第4章 随机变量的数字特征
123 4.1 数学期望
133 4.2 方差
138 4.3 常见分布的数学期望和方差
142 4.4 协方差和相关系数
154 4.5 矩与协方差矩阵
158 小结
159 第4章习题

165 第5章 大数定律和中心极限定理
165 5.1 切比雪夫不等式与大数定律
169 5.2 中心极限定理
175 小结
176 第5章习题

179 第 6 章 数理统计的基础知识
179 6.1 数理统计的基本概念
185 6.2 抽样分布
191 6.3 正态总体样本均值和样本方差的分布
196 小结
197 第 6 章习题

201 第 7 章 参数估计
201 7.1 点估计
212 7.2 估计量的评价标准
218 7.3 区间估计
228 小结
228 第 7 章习题

233 第 8 章 假设检验
233 8.1 假设检验的基本概念
242 8.2 单正态总体中均值和方差的假设检验
246 8.3 双正态总体中均值和方差的假设检验
250 8.4 基于成对数据的检验（t 检验法）
253 小结
253 第 8 章习题

257 第 9 章 概率论与数理统计在数学建模和数学实验中的应用举例
257 9.1 概率论与数理统计在数学建模中的应用举例
267 9.2 概率论与数理统计在数学实验中的应用举例

271 课外阅读
271 第一篇 贝特朗悖论
271 第二篇 二维连续型随机变量函数的密度函数的算法探讨
271 第三篇 基于分布函数的数学期望和方差的计算
271 第四篇 有效估计的若干举例

272 附表
272 附表 1 几种常用的分布
272 附表 2 标准正态分布表
272 附表 3 泊松分布表
272 附表 4 t 分布表
272 附表 5 χ^2 分布表
272 附表 6 F 分布表

273 部分习题参考解答

274 参考文献

③ 前言

前 言

根据《国家中长期教育改革和发展规划纲要（2010—2020 年）》的需要，以及我国由教育大国迈向教育强国的重大举措，我国迫切需要培养和造就一批创新能力强、适应经济社会发展需要的高水平工程技术人才，为国家走新型工业化发展道路、建设创新型国家服务。这对高等教育面向社会需求培养高质量人才具有十分重要的示范和引导作用，同时也提出了更高要求。

概率论与数理统计是高等学校非数学类各专业重要的公共基础课程，提高课程的教学质量成为摆在我们面前迫切而又艰巨的任务，教材建设就是其中的一项重要工作，本书正是在这样的背景下建设完成的。在本书的编写过程中，参照近年来《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》的要求，编者根据多年的教学经验，吸收国内外优秀教材的特点，同时考虑到当代大学生学习方式的新趋势，在教材中力图体现以下特色：

1. 突出重要概念产生的实际背景，使概念的产生顺理成章，培养学生从具体到抽象的能力。

2. 全书结构清晰，语言叙述朴素，言简意赅，基本知识能够满足后继课程的需要。

3. 作者根据长期教学积累，在书中引入了一些新的术语、记法和新的描述方法，从不同的角度理解概念和方法，使得内容通俗易懂。

4. 在处理教学重点和难点方面，采用层次分解，并给出详细的步骤和方法。

5. 每章通过小结，对本章的重点和难点进行归纳和总结，突出数学思想和方法，提高学生的自学能力。

6. 在例题的编写中，选用了部分全国硕士研究生入学统一考试试题，提高例题的整体水平，特别是安排了若干恒等式证明和函数不等式证明的例题，体现不同课程之间的联系。

7. 选用了大量自编习题，题目新颖，综合性强，覆盖面广，并安排填空题、选择题、解答题（A、B、C 类）。

8. 强调数学知识在实际问题中的应用，加入了概率论与数理统计在数学建模和数学实验中的应用例子，以培养学生应用数学知识解决实际问题的能力。

本书以纸质教材为基础，以“纸质教材 + 数字课程”的方式对教材内容和形式进行了整体设计，为教师的混合式教学和学生的个性化学习提供帮助，增强学生独立获取知识的意识和能力。数字课程包含的数字资源有微视频、概念解析、典型例题分析、数学家小传、课外阅读、自测题、部分习题参考解答等栏目，对教材内容进行巩固、补充和拓展。

1. 通过对知识点的视频讲解，重要概念解析，典型例题分析，不断加强学生对基本概念、基本理论、基本方法的理解，提高学生解决问题的能力，引导学生对知识进行独立的思考和总结。

2. 自测题包含选择题、填空题与判断题，具有自动判解功能。通过在线自测，帮助学生实时了解自己对知识的掌握情况，并进行针对性的查关学习，提高学习效率。

3. 通过数学家小传等内容让学生在学习之余了解概率论与数理统计的发展历史，了解数学家的研究工作和对数学的杰出贡献，增加学习的趣味性和积极性，拓宽学生视野。

4. 适当地吸收一些教学研究成果，编写了课外阅读，以培养学生的创新能力。

在本书的编写过程中，合肥工业大学钱泽平、段传庆、彭凯军、梁清清、周玲、周江涛、于春华、刘植、钱开燕、熊莲花制作了微视频、概念解析、典型例题分析、自测题、数学家小传等数字资源，李华冰提供了部分附表和部分习题（含解答），唐烁、焦贤发、凌能祥为本书的编写提供了热心的帮助，在此对他们表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中还有很多不足之处，渴望得到各位专家、同仁和读者的批评指正。

编 者

2020 年 2 月

④ 精选内容

第 3 章　多维随机变量及其分布

在上一章中，我们介绍了一维随机变量及其分布. 但在诸多实际问题中，需要同时研究多个随机变量及其分布. 例如，在射击试验中，考察弹点的横坐标 X 和纵坐标 Y 的分布情况. 又如，在防汛工程中，由于河流的主干道和各支流的关系密切，因此在主干道和各支流上共选取 n 个观察点进行测试，记 X_i 为第 i 个观察点处的流量，$i=1,2,\cdots,n$，则掌握 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 的分布情况，有利于防洪防汛工作的开展.

本章主要研究二维随机变量及其分布，然后将其结果推广到更多维随机变量上去.

3.1　二维随机变量及其分布函数

3.1.1　二维随机变量的概念

定义 3.1.1　设随机试验 E 的样本空间 $\Omega=\{\omega\}$ 为样本点，$X=X(\omega)$，$Y=Y(\omega)$ 分别为定义在 Ω 上的随机变量，就称 (X,Y) 为二维随机变量.

例如，在单位闭圆盘 $\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 1\}$ 上任取一点 (X,Y)，则 (X,Y) 为二维随机变量.

3.1.2　二维随机变量的分布函数

定义 3.1.2　设 (X,Y) 为二维随机变量，称

$$F(x,y)=P\{X\leqslant x,Y\leqslant y\},\quad -\infty<x<+\infty,\quad -\infty<y<+\infty$$

为 (X,Y) 的分布函数或称为 X 和 Y 的联合分布函数.

由定义 3.1.2 知，$F(x,y)$ 的定义域为全平面.

$F(x,y)$ 在点 (x,y) 处的取值为二维随机变量 (X,Y) 落入平面区域

$(-\infty,x]\times(-\infty,y]$ 上的概率（图 3.1.1）.

图 3.1.1

图 3.1.1 称为 $F(x,y)$ 的原理图.

与一维随机变量的分布函数相仿，二维随机变量的分布函数具有下列性质.

性质 3.1.1　设 $F(x,y)$ 为二维随机变量 (X,Y) 的分布函数，则

（1）$0\leqslant F(x,y)\leqslant 1$，其中 $-\infty<x<+\infty$，$-\infty<y<+\infty$；

（2）$F(+\infty,+\infty)=1$，$F(x,-\infty)=F(-\infty,y)=F(-\infty,-\infty)=0$，其中 $-\infty<x<+\infty$，$-\infty<y<+\infty$；

（3）$F(x,y)$ 分别为关于变量 x 和 y 单调不减的函数；

（4）$F(x,y)$ 分别关于变量 x 和 y 处处右连续；

（5）$P\{x_1<X\leqslant x_2,y_1<Y\leqslant y_2\}=F(x_2,y_2)-F(x_2,y_1)-F(x_1,y_2)+F(x_1,y_1)$，其中 $x_1<x_2$，$y_1<y_2$，且 x_1 和 y_1 可各自广义地取 $-\infty$；x_2 和 y_2 可各自广义地取 $+\infty$.

性质 3.1.1 的证明从略.

例 3.1.1　设二维随机变量 (X,Y) 的分布函数为

$$F(x,y)=a(b+\arctan x)(c+\arctan y),\quad -\infty<x<+\infty,\quad -\infty<y<+\infty.$$

（1）求常数 a,b,c；（2）分别计算 $P\{X\leqslant 1,Y\leqslant 1\}$ 和 $P\{X>1,Y>1\}$.

解　（1）由 $F(+\infty,+\infty)=1$ 知

$$a\left(b+\frac{\pi}{2}\right)\left(c+\frac{\pi}{2}\right)=1. \tag{3.1.1}$$

对任意的 $x\in\mathbf{R}$，由 $F(x,-\infty)=0$ 知

$$a(b+\arctan x)\left(c-\frac{\pi}{2}\right)=0. \tag{3.1.2}$$

同理，对任意的 $y\in\mathbf{R}$，由 $F(-\infty,y)=0$ 知

$$a\left(b-\frac{\pi}{2}\right)(c+\arctan y)=0. \tag{3.1.3}$$

联立式(3.1.1)，(3.1.2)和(3.1.3)，解得 $a=\frac{1}{\pi^2}$，$b=\frac{\pi}{2}$，$c=\frac{\pi}{2}$.

（2）由（1）知 $F(x,y)=\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{\pi}{2}+\arctan x\right)\left(\frac{\pi}{2}+\arctan y\right)$，$-\infty<x<+\infty$，$-\infty<y<+\infty$，所以

$$P\{X\leqslant 1,Y\leqslant 1\}=F(1,1)=\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{9}{16}.$$

$$\begin{aligned}P\{X>1,Y>1\}&=P\{1<X<+\infty,1<Y<+\infty\}\\&=F(+\infty,+\infty)-F(+\infty,1)-F(1,+\infty)+F(1,1)\\&=1-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}+\frac{9}{16}=\frac{1}{16}.\end{aligned}$$

3.2　二维离散型随机变量及其分布律

典型例题分析 3-1
二维离散型随机变量的分布

3.2.1　二维离散型随机变量及其分布律的概念

定义 3.2.1　如果二维随机变量 (X,Y) 的所有可能取值为有限个或可列无穷多个，就称 (X,Y) 为二维离散型随机变量.

定义 3.2.2　设 (X,Y) 为二维离散型随机变量，其所有可能的取值为 (x_i,y_j)，$i=1,2,\cdots$ $j=1,2,\cdots$，且

$$P\{X=x_i,Y=y_j\}=p_{ij},\quad i=1,2,\cdots,\quad j=1,2,\cdots,$$

就称上式为二维离散型随机变量 (X,Y) 的分布律或 X 和 Y 的联合分布律，可记为表 3.2.1：

表 3.2.1　X 和 Y 的联合分布律

Y	X				
	x_1	x_2	$\cdots$	x_i	$\cdots$
y_1	p_{11}	p_{21}	$\cdots$	p_{i1}	$\cdots$
y_2	p_{12}	p_{22}	$\cdots$	p_{i2}	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\cdots$
y_j	p_{1j}	p_{2j}	$\cdots$	p_{ij}	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	

由定义知，二维离散型随机变量一定有（二维）分布律，反之亦然.

例 3.2.1　设同一品种的 5 个产品中，有 2 个次品，每次从中取一个检验，连续两次. 设 X 表示第一次取到的次品个数；Y 表示第二次取到的次品个数. 试分别就（1）不放回抽取；（2）有放回抽取两种情况，求出 (X,Y) 的分布.

解　由题意知，X 和 Y 的取值均为 0 和 1，故 (X,Y) 为二维离散型随

8. 设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 相互独立，且 $X_i\sim E(\lambda_i)$，$i=1,2,\cdots,n$，证明 $N=\min\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}\sim E\left(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\right)$.（结论 3.8.4）

C 类

1. 设二维随机变量 (X,Y) 的密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}2, & 0<x\leqslant y\leqslant 1,\\0, & \text{其他},\end{cases}$ 其分布函数为 $F(x,y)$.（1）证明当 $0<x\leqslant 1$ 且 $y>1$ 时，$F(x,y)=F(x,1)$；当 $0<y\leqslant 1$ 且 $y<x$ 时，$F(x,y)=F(y,y)$；（2）求 $F(x,y)$；（3）分别求 (X,Y) 关于 X,Y 的边缘分布函数，并问 X 和 Y 是否独立？

2. 设随机变量 X 的密度函数为 $f_X(x)=\begin{cases}\frac{2}{\pi}\frac{1}{1+x^2}, & x\geqslant 0,\\0, & x<0,\end{cases}$ $Y=X^2$.（1）计算概率 $P\{X<Y\}$；（2）求 (X,Y) 的分布函数 $F(x,y)$.

3. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $X\sim E(2)$，$Y\sim E(1)$，令 $U=\begin{cases}1, & X\leqslant Y,\\0, & X>Y,\end{cases}$ $V=\begin{cases}1, & 2X\leqslant Y,\\0, & 2X>Y,\end{cases}$（1）分别求 (X,Y) 和 (U,V) 的分布；（2）求 $P\left\{X+Y\leqslant\frac{3}{2}\middle|X=1\right\}$ 和 $P\left\{U+V\leqslant\frac{3}{2}\middle|U=1\right\}$.

4. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $X\sim\begin{pmatrix}-1 & 1\\0.5 & 0.5\end{pmatrix}$，$Y$ 服从 $[0,1]$ 上的均匀分布，求 $Z=XY$ 的密度函数 $f_Z(z)$.

5. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布函数为 $F(x,y)=\begin{cases}0, & \min\{x,y\}<0,\\\min\{x,y\}, & 0\leqslant\min\{x,y\}<1,\\1, & \min\{x,y\}\geqslant 1.\end{cases}$（1）分别求 X 和 Y 的密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；（2）求 $Z=F(X,Y)$ 的密度函数 $f_Z(z)$.

6. 设二维随机变量 (X,Y) 在区域 $D=\left\{(x,y)\middle|1<x<2,0<y<\frac{1}{x}\right\}$ 上服从均匀分布，记 $U=X$，$V=XY$，问 U 和 V 是否相互独立？

网上更多……　自测题

9. 智慧课程建设情况

9.1 高等数学智慧课程

高等数学 MOOC

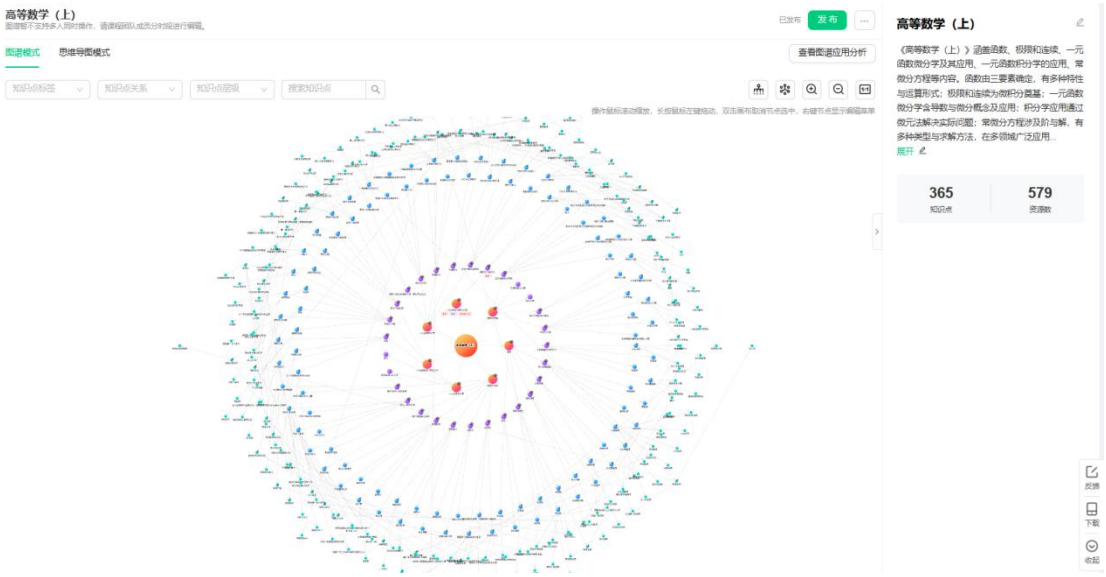
（1）《高等数学》MOOC 课程

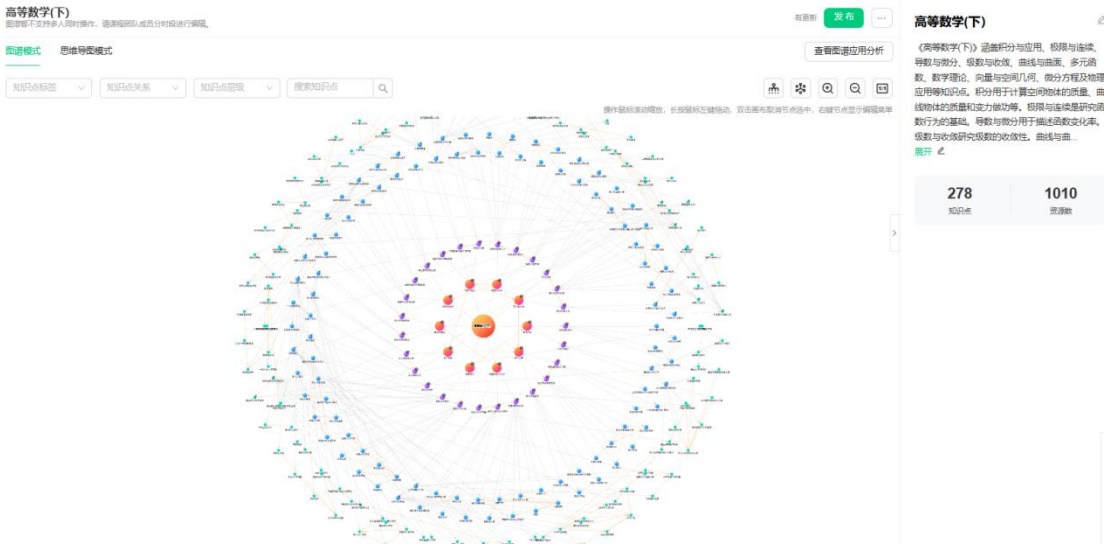
自 2019 年上线中国大学 MOOC 平台，连续开课 9 个学期，累计参与选课人数共 196680 人次。网址：

https://www.icourse163.org/course/HFUT-1206828802?tid=1207167201

① 知识图谱

高等数学知识图谱涵盖 643 个知识点，链接资源 1589 个。



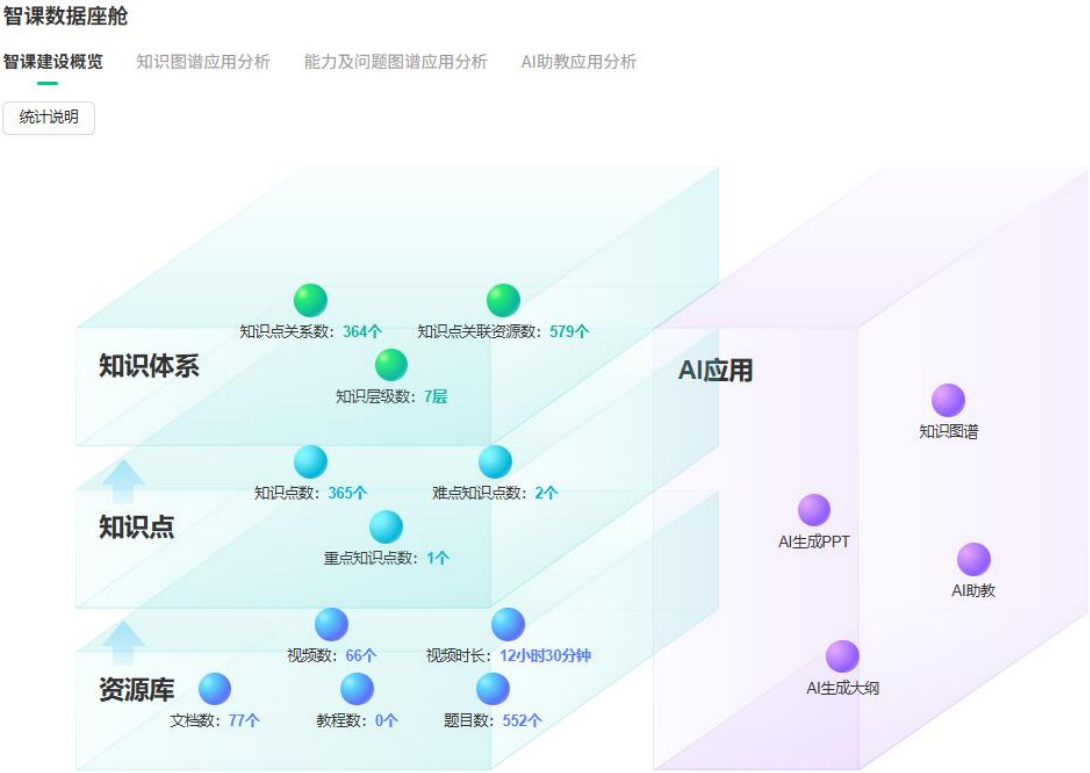


② AI 助教

2024-2025 学年 AI 助教使用次数截图

（2）资源建设

《高等数学》（上）



《高等数学》（下）

① 慕课视频

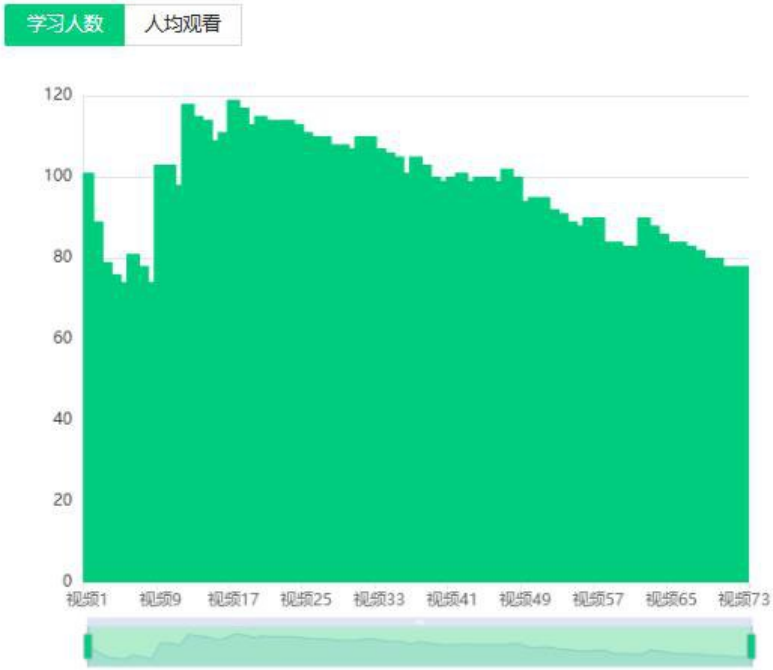
② 单元测试、期末测试与课后作业

③ 师生讨论与答疑

讨论区
平台讨论区使用规则
欢迎大家来到讨论区！本讨论区供各位同学就课程问题进行交流学习。请同学们认真阅读下面的【讨论区使用规则】，然后再进行相关发表，谢谢！
发起主题
子板块
老师答疑区
发表关于作业、测试、课件内容希望能够得到老师回答的疑问。
课堂交流区
这里呈现的是在课件中作为教学内容的讨论
综合讨论区
发表任何想与大家分享的经验及想法！关于本课程、学习、工作、生活等一般性话题

（3）教学效果（数据选取自一个教学班）

① 教学视频观看



② 单元测试与作业

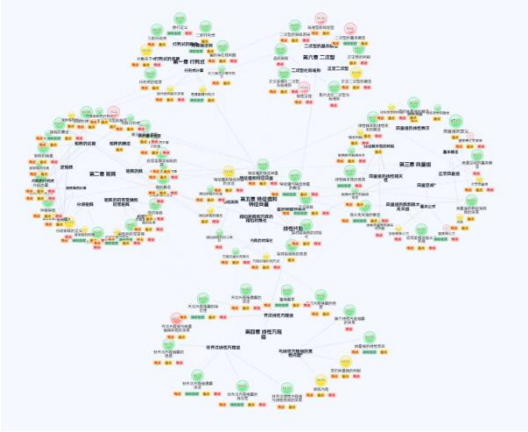
③ 慕课成绩

学生基本信息			线上成绩			
学生昵称	姓名	学号	视频观看	线上成绩	其他成绩	总成绩 加减分列表
A2022212099-王骏-014-合肥校区	王骏	2022212099	20	80 查看	0	100
2022212016-林杰-014-合肥校区	林杰	2022212016	20	80 查看	0	100
2022212018-黄婷-014-合肥校区	黄婷	2022212018	20	80 查看	0	100
2022212015	陈冠宇	2022212015	20	80 查看	0	100
2022212062朱南宁电信工22-3班	朱南宁	2022212062	20	80 查看	0	100
2022211998-张俊霖-014-翡翠湖校区	张俊霖	2022211998	20	80 查看	0	100
mooc126386477176662812	张依发	2022212014	20	79.74 查看	0	99.74
2022212033—张鸿鹄—合肥校区	张鸿鹄	2022212033	20	79.74 查看	0	99.74
2022212035-贺天和-014-合肥校区	贺天和	2022212035	20	79.46 查看	0	99.46
2022212025-王天宇-014合肥校区	王天宇	2022212025	20	79.46 查看	0	99.46
2022212002-翁怡顺-01-合肥校区	翁怡顺	2022212002	20	79.46 查看	0	99.46
2022212087-刘光正-014-合肥校区	刘光正	2022212087	20	79.46 查看	0	99.46
2022210285-李俊蕾-09-合肥校区	李俊蕾	2022210285	20	79.46 查看	0	99.46
mooc126390696927737327	张贤鹏	2022212038	20	79.34 查看	0	99.34
奔远.	彭正	2022212059	20	79.34 查看	0	99.34
2021214365-黄鑫玥-28-合肥	黄鑫玥	2021214365	20	78.94 查看	0	98.94
2022211987-尚图云-014-合肥校区	尚图云	2022211987	20	78.94 查看	0	98.94

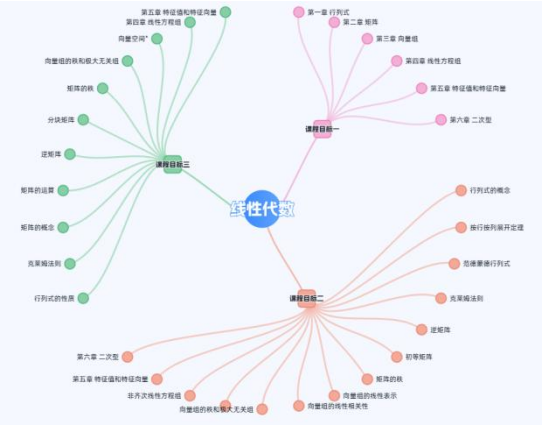
9.2 线性代数智慧课程

（1）三大图谱

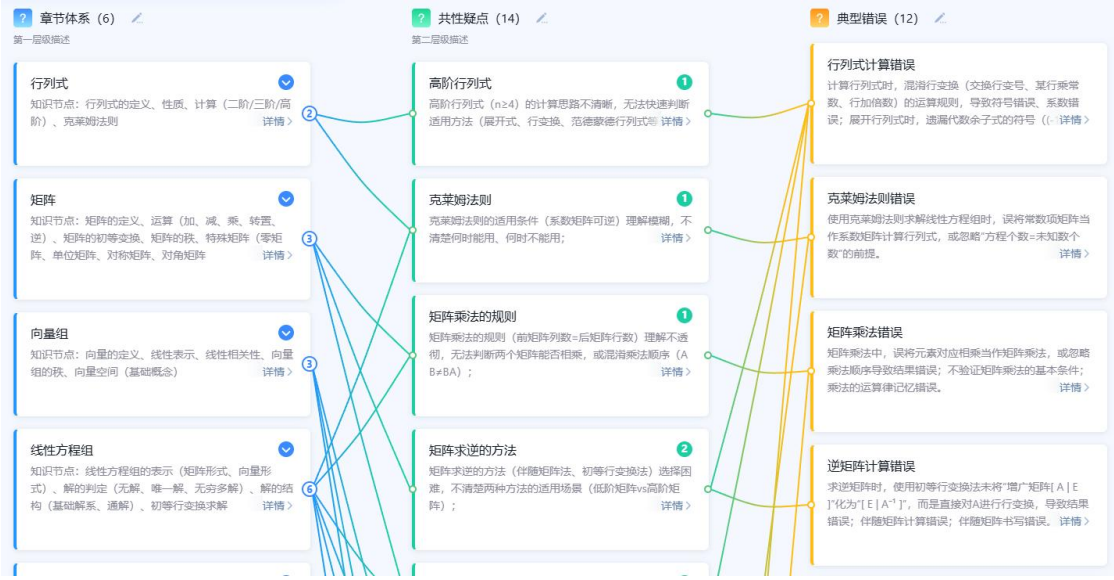
知识图谱



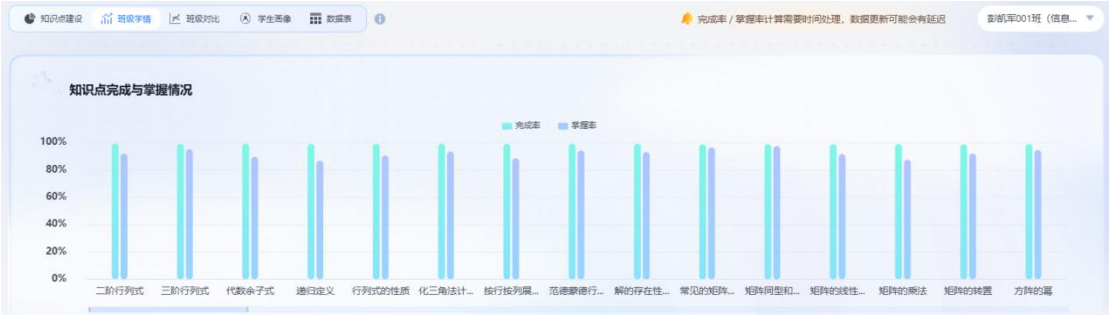
能力图谱



问题图谱



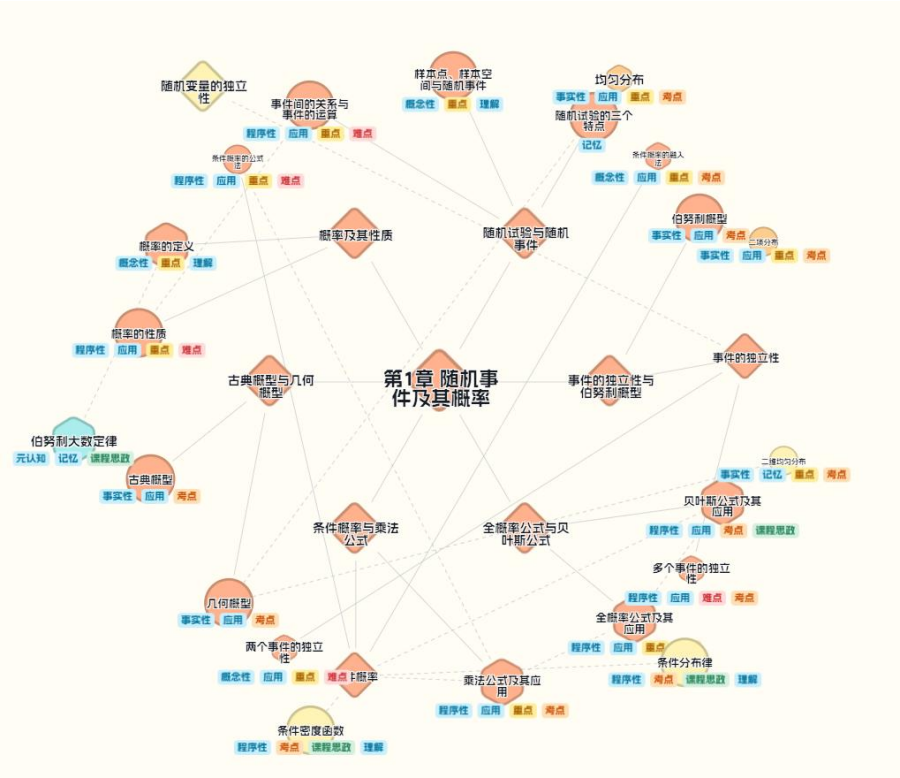
（2）课程建设情况



（3）教学效果

9.3 概率论与数理统计智慧课程

（1）知识图谱



（2）教学班级学情统计

章节任务点
平均观看时长 346.2 分钟
最长观看时长 476.4 分钟
最短观看时长 0 分钟
平均完成进度
69 个
学生最快进度 73个
学生最慢进度 0个
0 个 4人 2.80%
43 个以下 3人 2.10%
43~57 个 1人 0.70%
58~72 个 10人 6.99%
73 个 125人 87.41%
作业
平均完成率
97%
未获得分数：学生未提交作业，或作业未被批阅
平均分
92 分
60 分以下 1 人
60~79 分 4 人
80~100 分135 人
未获得分数3 人
章节测验
平均完成进度
47 个
学生最快进度 55个
学生最慢进度 0个
未获得分数：学生未提交章节测验，或章节测验未被批阅
平均分
89 分
60 分以下 3 人
60~79 分 15 人
80~100 分120 人
未获得分数5 人
考试
平均分
92 分
最高分 100分
最低分 0分
未获得分数：学生未提交考试，或考试未被批阅
60 分以下 1 人
60~79 分 11 人
80~100 分129 人
未获得分数2 人
讨论
话题数
85 个
回复数
1981 个
近七日话题活跃度
0%
0% 比上周
课堂活动
签到
投票
问卷
主题讨论
选人
评分
分组任务
抢答
随堂练习
勇清
王勇清
2
1
3
智能制造-江慧
江慧
导出报告
2026年01月08日
01月08日 星期四
课堂表现TOP10
详情
4
王泽辰
洪紫燕
弓天一
4 王翌轩
5 黄红铮
6 雷添博
7 王勇清
8 陆翌
9 刘宇博
10 罗浩鑫
共发放课程活动
3个
活动数
1
0.5
0
主题讨论
选人
投票